

TRABAJO FIN DE GRADO

DISEÑO DE UN CUADRO DE BICICLETA MEDIANTE OPTIMIZACIÓN TOPOLÓGICA

TRABAJO FIN DE GRADO PARA
LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE
GRADUADO EN INGENIERÍA EN
TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES

SEPTIEMBRE 2024

Sergio Gutiérrez Roa

DIRECTORES DEL TRABAJO FIN DE GRADO:

Carmen García Jiménez

Ricardo Perera Velamazán



ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS INDUSTRIALES

Especialidad de Sistemas y Estructuras Inteligentes

TRABAJO DE FIN DE GRADO

DISEÑO DE UN CUADRO DE BICICLETA MEDIANTE OPTIMIZACIÓN TOPOLÓGICA

Autor: Sergio Gutiérrez Roa

Tutores:

Carmen García Jiménez

Ricardo Perera Velamazán

Madrid – Septiembre 2024

“Uno de los grandes descubrimientos que un hombre puede hacer, una de sus grandes sorpresas, es encontrar que puede hacer lo que temía que no podía hacer.”

-Henry Ford

AGRADECIMIENTOS

Antes de comenzar con el trabajo, me gustaría expresar mi agradecimiento a las personas que han influido positivamente en la elaboración de este Trabajo de Fin de Grado.

En primer lugar, a mis padres, por su apoyo y sacrificio a lo largo de este duro camino. Por la educación que me han brindado y por su orientación que me ha guiado durante estos años.

A mi hermano, por ser una inspiración y todo un ejemplo para mí. Por introducirme al fantástico mundo de la ingeniería y por enseñarme que desistir no es una opción.

A mi compañera de aventuras, por su paciencia a la hora de aguantarme cuando las cosas se torcían. Por ser una fuente de motivación inacabable y por ayudarme a sacar la mejor versión de mí.

Por último, a mis tutores, Carmen y Ricardo, por darme la oportunidad de crecer académicamente y desarrollarme como profesional en mi primera toma de contacto con el mundo de la ingeniería en un entorno laboral.

Gracias a todos.

RESUMEN

Este trabajo se centra en la optimización de un cuadro de bicicleta de tipo diamante, siendo este tipo de cuadro el más característico de las bicicletas de paseo. Haciendo uso de las técnicas más avanzadas de simulación numérica, se busca el diseño del cuadro más optimizado, asegurando la integridad estructural de este con la mínima cantidad de material. Gracias a la implementación de estas técnicas de optimización topológica, es posible la redistribución del material en la estructura, reforzando las áreas más solicitadas, así como aligerando aquellas con menores tensiones.

Para ello, se ha utilizado el software de simulación por elementos finitos (MEF) *ANSYS 2023R2*. A través de la generación de diferentes modelos de cálculo que han cubierto desde prediseños simplificados con elementos tipo barra hasta alcanzar el diseño final con elementos tipo lámina, se han realizado diferentes análisis estructurales para identificar los diseños más eficientes desde un punto de vista tensional, consiguiendo una reducción del 34.4% de masa con respecto al diseño de partida.

La validación del diseño final se ha llevado a cabo evaluando la protección frente al colapso plástico y la protección frente a fatiga. Para ello, se han utilizado los requisitos establecidos en la normativa aplicable al diseño de bicicletas.

Como línea futura de trabajo, se propone la comparación de los resultados obtenidos con otros materiales, como composites, así como la consideración de procesos de fabricación modernos, incluyendo la fabricación aditiva. Este enfoque no solo permitiría explorar nuevas posibilidades en el diseño y la fabricación de cuadros de bicicleta, sino también mejorar la eficiencia y calidad del producto final, abriendo la puerta a diseños más ligeros, resistentes y sostenibles, alineados con las tendencias actuales de la Industria 4.0. Además, se incluye la posible complementación de este trabajo con el uso de nuevos materiales modernos como el grafeno.

Por último, se ha realizado un estudio de la planificación temporal de las tareas del trabajo, así como del presupuesto necesario para llevarlo a cabo. Además, se incluye un apartado de responsabilidad social y profesional, en el cual se han valorado algunos aspectos del trabajo como su impacto positivo en la sociedad y en el medioambiente, contribuyendo así a lograr los objetivos establecidos por la Agenda 2030.

En resumen, este trabajo ofrece una visión completa del proceso de diseño, optimización y validación de un cuadro de bicicleta, empleando técnicas de ingeniería modernas para lograr un producto que cumple con los requisitos establecidos en la normativa aplicable.

Palabras clave: cuadro de bicicleta, diseño, FEM, optimización estructural, optimización topológica, ANSYS, simulación numérica.

Códigos UNESCO: 1203.26 (Simulación), 1206.06 (Ecuaciones Integro-Diferenciales), 1206.08 (Métodos Iterativos), 1206.09 (Ecuaciones Lineales), 2205.02 (Mecánica de Medios Continuos), 2205.03 (Elasticidad), 2211.01 (Aleaciones), 2211.19 (Propiedades Mecánicas), 2211.90 (Láminas Delgadas), 3310.07 (Estudio de Tiempos y Movimientos), 3312.08 (Propiedades de Los Materiales), 3315.01 (Aluminio).

TABLA DE CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Uso de las Bicicletas	1
1.2. Diseños Típicos del Cuadro	2
1.3. Partes del Cuadro	3
1.4. Materiales.....	4
2. OPTIMIZACIÓN ESTRUCTURAL.....	6
2.1. Problema de Optimización Estructural Generalizado	7
2.1.1. Método de los Elementos Finitos (MEF)	7
2.1.2. Formulación Matemática de Problema de Optimización Estructural Generalizado.....	10
2.2. Métodos de Optimización Estructural	12
2.3. Optimización Topológica.....	13
2.3.1. Limitaciones de la Optimización Topológica.....	15
2.3.2. Formulación Matemática de la Optimización Topológica	17
2.4. Módulo de Optimización Estructural en <i>ANSYS</i>	22
3. OBJETIVO.....	26
4. METODOLOGÍA.....	27
5. NORMATIVA APLICABLE	30
6. MODELO GEOMÉTRICO	32
6.1. Descripción del modelo geométrico	32
6.2. Material	35
7. MODELOS DE CÁLCULO	36
7.1. Modelo de Vigas	36
7.1.1. Modelo de cálculo.....	36
7.1.2. Mallado	37
7.1.3. Acciones y condiciones de contorno	37
7.1.4. Análisis y resultados	38
7.2. Modelo Sólido.....	42
7.2.1. Modelo de cálculo.....	42
7.2.2. Mallado	42
7.2.3. Acciones y condiciones de contorno	44
7.2.4. Análisis y resultados	46
7.3. Modelo de Láminas	50
7.3.1. Modelo de cálculo.....	50
7.3.2. Mallado	51
7.3.3. Acciones y condiciones de contorno	55
7.3.4. Análisis y resultados	56
8. OPTIMIZACIÓN TOPOLÓGICA DEL CUADRO	61
9. DISEÑO FINAL	67
9.1. Validación del Modelo Optimizado	68
9.1.1. Protección frente al colapso plástico.....	69
9.1.2. Protección frente a fatiga	71
10. CONCLUSIONES	76

11. LÍNEAS DE TRABAJO FUTURAS	79
12. PLANIFICACIÓN TEMPORAL Y PRESUPUESTO	80
12.1. Planificación temporal	80
12.2. Estimación del presupuesto.....	85
13. RESPONSABILIDAD SOCIAL Y PROFESIONAL	86
13.1. Impacto social y ambiental	86
13.2. Contribución a los ODS y la Agenda 2030	86
ANEXO I. VERIFICACIÓN	89
Referencias	90

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Componentes de una bicicleta	1
Figura 2. Evolución del diseño del cuadro de bicicleta	2
Figura 3. Cuadro de diamante	2
Figura 4. Cuadro trapezoidal	3
Figura 5. Cuadro bajo	3
Figura 6. Partes del cuadro de una bicicleta	3
Figura 7. Ejemplo de optimización estructural en el sector automovilístico [7]	6
Figura 8. (a) Placa con agujero (modelo CAD). (b) Discretización MEF (mallado). [9]	7
Figura 9. Resultado iterativo de Optimización Estructural [12]	11
Figura 10. Metodología en proceso de Optimización Estructural [13]	12
Figura 11. Flujo de trabajo de la Optimización Topológica [15]	14
Figura 12. Diferencia en la discretización debida al uso de elementos con distinto nº de nodos [18] [19]	15
Figura 13. (a) Diseño inicial. (b) Ejemplo de checkerboard. (c) Solución con discretización de 600 elementos. (d) Solución con discretización de 5400 elementos. (c, d) Diferencias cualitativas entre las discretizaciones. (e) Dos posibles soluciones para el mismo diseño inicial. [17]	17
Figura 14. Problema de elasticidad lineal plana generalizado [20]	18
Figura 15. Diseño del material optimizado de una viga cargada [22]	20
Figura 16. Tipos de optimización estructural en ANSYS	22
Figura 17. Definición de la función objetivo	23
Figura 18. Restricciones de la optimización estructural	24
Figura 19. Valores límite de las restricciones	24
Figura 20. Definición de regiones de exclusión	24
Figura 21. Flujo de trabajo seguido	27
Figura 22. Curva S-N del aluminio 6061 T6 [27]	31
Figura 23. Croquis cuadro de bicicleta [28]	32
Figura 24. Esquema de las dimensiones de los componentes del cuadro	33
Figura 25. Dimensiones de sección rectangular	34
Figura 26. Vista isométrica del modelo sólido	34
Figura 27. Vista en alzado del modelo sólido	35
Figura 28. Perfil izquierdo del modelo sólido	35
Figura 29. Vista isométrica del modelo de vigas	36
Figura 30. Mallado del modelo de vigas	37
Figura 31. Acciones y condiciones de contorno del modelo de vigas	38
Figura 32. Desplazamiento total en el modelo de vigas (mm)	38
Figura 33. Desplazamiento eje 'x' en el modelo de vigas (mm)	39
Figura 34. Desplazamiento eje 'y' en el modelo de vigas (mm)	39
Figura 35. Desplazamiento eje 'z' en el modelo de vigas (mm)	40
Figura 36. Tensiones de Von Mises en el modelo de vigas (MPa)	40
Figura 37. Reacción en los apoyos del modelo de vigas	41
Figura 38. Mallado tetraédrico del modelo sólido	42
Figura 39. Nodo de referencia para el análisis de sensibilidad de malla	43
Figura 40. Acciones del modelo sólido	45
Figura 41. Condiciones de contorno del modelo sólido	46
Figura 42. Desplazamientos totales en el modelo sólido (mm)	46
Figura 43. Desplazamiento eje 'x' en el modelo sólido (mm)	47
Figura 44. Desplazamiento eje 'y' en el modelo sólido (mm)	47
Figura 45. Desplazamiento eje 'z' en el modelo sólido (mm)	48
Figura 46. Tensiones de Von Mises en el modelo sólido (MPa)	48
Figura 47. Reacción en los apoyos del modelo sólido	49
Figura 48. Vista isométrica del modelo de láminas	50
Figura 49. Vista en alzado del modelo de láminas	51
Figura 50. Mallado cuadrilateral del modelo de láminas	51
Figura 51. Nodo de referencia para el análisis de sensibilidad de malla	53
Figura 52. Parámetros de calidad de malla	54

Figura 53. Acciones del modelo de láminas	56
Figura 54. Condiciones de contorno del modelo de láminas	56
Figura 55. Desplazamientos totales en el modelo de láminas (mm).....	57
Figura 56. Desplazamiento total en la zona de máximo desplazamiento del modelo vigas (mm)....	57
Figura 57. Desplazamiento eje 'x' en el modelo de láminas (mm).....	58
Figura 58. Desplazamiento eje 'y' en el modelo de láminas (mm)	58
Figura 59. Desplazamiento eje 'z' en el modelo de láminas (mm).....	59
Figura 60. Tensiones de Von Mises en el modelo de láminas (MPa)	59
Figura 61. Reacción en los apoyos en el modelo de láminas	60
Figura 62. Restricción sobre la flexibilidad	61
Figura 63. Energía elástica de deformación del modelo original (mJ).....	61
Figura 64. Regiones de diseño y exclusión	62
Figura 65. Optimización topológica del modelo sólido	62
Figura 66. Optimización topológica del modelo sólido	63
Figura 67. Optimización de forma del modelo sólido	63
Figura 68. Optimización topológica del modelo de láminas (optimización topométrica)	64
Figura 69. Optimización topológica del modelo de láminas (optimización topométrica)	64
Figura 70. Optimización de forma del modelo de láminas (optimización topográfica)	65
Figura 71. Vista isométrica del diseño final	67
Figura 72. Vista en alzado del diseño final	67
Figura 73. Esquema de las dimensiones de los componentes del modelo final	68
Figura 74. Desplazamientos totales en el modelo final (mm).....	69
Figura 75. Tensiones de Von Mises en el modelo final (MPa)	69
Figura 76. Tensión máxima de Von Mises en el modelo final	70
Figura 77. Tensión de Von Mises en el tubo de dirección del modelo original	70
Figura 78. Curva S-N del aluminio 6061 T6 [27].....	72
Figura 79. Tensión máxima de Von Mises despreciando el peso propio del cuadro (MPa)	73
Figura 80. Desplazamiento total máximo del modelo original.....	77
Figura 81. Desplazamiento total máximo del modelo optimizado	77
Figura 82. Tensión máxima de Von Mises en el modelo original	78
Figura 83. Tensión máxima de Von Mises en el modelo optimizado	78
Figura 84. ODS 3: Salud y Bienestar.....	87
Figura 85. ODS 7: Energía Asequible y No Contaminante	87
Figura 86. ODS 9: Industria, Innovación e Infraestructura	87
Figura 87. ODS 11: Ciudades y Comunidades Sostenibles	88
Figura 88. ODS 12: Producción y Consumo Responsables	88
Figura 89. ODS 13: Acción por el Clima.....	88

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Valor de las principales dimensiones del cuadro de bicicleta	33
Tabla 2. Propiedades mecánicas del aluminio 6061 T6 (ANSYS Granta)	35
Tabla 3. Número de nodos y elementos en el modelo de vigas	37
Tabla 4. Valor de la reacción en los apoyos del modelo de vigas	41
Tabla 5. Variación de los resultados en función del tamaño de elemento	43
Tabla 6. Número de nodos y elementos en el modelo sólido	44
Tabla 7. Valor de la reacción en los apoyos del modelo sólido	49
Tabla 8. Elementos triangulares vs Elementos cuadriláteros.....	52
Tabla 9. Variación de los resultados en función del tamaño de elemento	53
Tabla 10. Valor de la reacción en los apoyos en el modelo de láminas	60
Tabla 11. Valores recomendados de γ_{Mf}	72
Tabla 12. Detalles geométricos y requerimientos de fabricación [27].....	74
Tabla 13. $\Delta\sigma_c$ en función de la categoría de tensión.....	74
Tabla 14. Comparativa entre modelos y métodos de optimización	76
Tabla 15. Comparación de resultados modelo original vs modelo optimizado	77
Tabla 16. Planificación temporal	81
Tabla 17. Estimación del presupuesto	85

ÍNDICE DE ECUACIONES

Ecuación 1. Ecuación de equilibrio estático	7
Ecuación 2. Ley de Hooke generalizada	7
Ecuación 3. Tensor de elasticidad rigidez para materiales elásticos, lineales e isótropos	8
Ecuación 4. Aproximación de los desplazamientos con funciones de interpolación	8
Ecuación 5. Principio de los Trabajos Virtuales.....	8
Ecuación 6. Trabajo interno y trabajo externo	8
Ecuación 7. Principio de los Trabajos Virtuales desarrollado	9
Ecuación 8. Principio de los Trabajos Virtuales simplificado en notación tensorial	9
Ecuación 9. Término ij -ésimo de la matriz de rigidez global	9
Ecuación 10. Forma matricial simplificada del Método de los Elementos Finitos.....	9
Ecuación 11. Formulación de un problema general de optimización	10
Ecuación 12. Función densidad del elemento i	14
Ecuación 13. Flexibilidad media.....	17
Ecuación 14. Trabajo interno asociado a un desplazamiento virtual v	18
Ecuación 15. Tensores de deformación plana	18
Ecuación 16. Problema de minimización de la flexibilidad media	19
Ecuación 17. Energía elástica de deformación	19
Ecuación 18. Flexibilidad media igual a dos veces la energía elástica de deformación.....	19
Ecuación 19. Reformulación del problema de optimización topológica con el método SIMP discretizado.....	19
Ecuación 20. Matriz de rigidez global	20
Ecuación 21. Rigidez global del método SIMP	21
Ecuación 22. Rigidez membranar	22
Ecuación 23. Problema de optimización topométrica de forma continua	22
Ecuación 24. Relación curvas S-N [27]	30
Ecuación 25. Fuerza puntual en el tubo del sillín	37
Ecuación 26. Superficie de corona circular	45
Ecuación 27. Presión sobre tubo del sillín	45
Ecuación 28. Longitud de la circunferencia.....	55
Ecuación 29. Presión de línea	55
Ecuación 30. Tensión admisible minorada	70
Ecuación 31. Relación curvas S-N [27]	71
Ecuación 32. Rango de tensiones en el modelo de cálculo	73

ÍNDICE DE GRÁFICAS

<i>Gráfica 1. Materiales y usos de las bicicletas</i>	<i>5</i>
<i>Gráfica 2. Ejemplo de función no convexa globalmente, con zonas planas, puntos de silla, mínimo local y global. Obtenida utilizando la función peaks de MATLAB [19].....</i>	<i>16</i>
<i>Gráfica 3. Interpolación del valor del módulo de Young con $p=3$ [22]</i>	<i>21</i>
<i>Gráfica 4. Variación del desplazamiento total en función del tamaño de elemento.....</i>	<i>43</i>
<i>Gráfica 5. Variación de la tensión de Von Mises en función del tamaño de elemento</i>	<i>44</i>
<i>Gráfica 6. Variación del desplazamiento total en función del tamaño de elemento.....</i>	<i>53</i>
<i>Gráfica 7. Variación de la tensión de Von Mises en función del tamaño de elemento</i>	<i>54</i>

NOMENCLATURA

Escalares

E	Módulo de Young
ν	Coeficiente de Poisson
N_e	Número de elementos
δW_{int}	Trabajo virtual realizado por las fuerzas internas
δW_{ext}	Trabajo virtual realizado por las fuerzas externas
m_i	Número de restricciones de igualdad
m_j	Número de restricciones de desigualdad
n	Número de variables de diseño
x_i^l	Límite inferior de la variable de diseño i
x_i^s	Límite superior de la variable de diseño i
ρ_i	Densidad de material normalizada del elemento i
ρ_{ai}	Densidad de material asumida del elemento i
ρ_0	Densidad de material real
a	Trabajo virtual interno
W	Energía elástica de deformación
p	Factor de penalización sobre la densidad
ρ_{min}	Densidad normalizada mínima
V^*	Volumen original del sólido
V_i	Volumen del elemento i
h	Espesor de la lámina
N_i	Número de ciclos de trabajo
$\Delta\sigma_c$	Valor de tensión de referencia de resistencia a fatiga asociado a $2 * 10^6$ ciclos
$\Delta\sigma_i$	Rango de tensiones asociado al número de ciclos experimentales
m_1	Pendiente inversa de la curva S-N
γ_{Ff}	Coeficiente parcial de seguridad asociada a las cargas del modelo
γ_{Mf}	Coeficiente parcial de seguridad asociada al material
F_y	Fuerza vertical en el modelo de vigas

P_y	Presión vertical en el modelo sólido
P_y'	Presión de línea vertical en el modelo de láminas
S_{corona}	Superficie de la corona cilíndrica
L	Longitud de la circunferencia
θ_x^A	Giro del nodo A alrededor del eje x
σ_{adm}	Tensión admisible
ϕ	Factor reductor
f_y	Límite elástico
$\sigma_{m\acute{a}x}$	Tensión máxima del modelo de cálculo

Campos Vectoriales

x	Campo de las variables de diseño
u	Campo de desplazamientos
v	Campo de desplazamientos virtuales
f	Campo de fuerzas volumétricas
t	Campo de fuerzas superficiales

Tensores

σ_{ij}	Tensor de tensiones
ϵ_{ij}	Tensor de deformaciones
C_{ijkl}	Tensor de rigidez

Funciones

N_i	Función de interpolación i
f	Función arbitraria
h	Función restricción de igualdad arbitraria
g	Función restricción de desigualdad arbitraria
l	Función flexibilidad media en medio continuo
c	Función flexibilidad media en medio discreto

Operadores

$\nabla \cdot$	Gradiente de una función respecto a las variables de diseño
$:$	Doble contracción
$\cdot^T$	Traspuesto de un vector o matriz

Conjuntos

Ω	Dominio de diseño con material
Γ_t	Contorno de aplicación de las fuerzas superficiales
Γ_u	Contorno empotrado
U	Dominio de los campos de desplazamiento admisibles

Vectores y Matrices

K	Matriz de rigidez global
u	Vector de desplazamientos
F	Vector de fuerzas
B_i	Matriz de las derivadas de la función de interpolación N_i
C_{ij}	Matriz de rigidez del material
F^T	Vector de fuerzas traspuesto
K_i	Matriz de rigidez global del elemento i
K_{SIMP}	Matriz de rigidez global del método SIMP
$K_{membrana}$	Matriz de rigidez de una lámina

Abreviaturas

OT	Optimización Topológica
MEF	Método de los Elementos Finitos
CAD	<i>Computer Aided Design</i>
PTV	Principio de los Trabajos Virtuales
SIMP	<i>Single Isotropic Material with Penalization</i>
SLD	<i>Safe Life Design</i>

CC1	<i>Consequence Class 1</i>
CC2	<i>Consequence Class 2</i>
CC3	<i>Consequence Class 3</i>
ODS	Objetivos de Desarrollo Sostenible
ONU	Organización de las Naciones Unidas

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Uso de las Bicicletas

En los últimos años, el uso de la bicicleta como medio de transporte se ha ido incrementando y refleja un cambio en el estilo de vida, especialmente en trayectos de corta distancia. Este cambio ha estado motivado por una combinación de factores a nivel económico, social y cultural, como la mejora de infraestructuras, principalmente en las grandes ciudades, los avances tecnológicos que han permitido el desarrollo e implementación de bicicletas más ligeras y seguras, así como una mayor concienciación por parte de la sociedad sobre los beneficios del uso de la bicicleta, tanto a nivel ambiental como para la salud de la propia persona. [1]

Las políticas seguidas para potenciar el uso de la bicicleta han implicado un aumento del número de estudios focalizados en este medio de transporte, con el objetivo de conseguir bicicletas más ligeras y seguras, así como en la búsqueda de nuevos materiales y/o optimización de los empleados tradicionalmente. El objetivo de este trabajo está focalizado en el cuadro de la bicicleta, considerado esqueleto de la misma, de forma que, haciendo uso de las herramientas de simulación avanzada disponibles hoy en día, es posible la obtención de diseños altamente optimizados, lo cual se traduce en un importante ahorro económico para los fabricantes y en una mayor facilidad de uso para los usuarios.

La principal función del cuadro de la bicicleta es la de resistir todos los esfuerzos y proporcionar rigidez, así como unir los restantes componentes, como pedales, sillín, manillar y ruedas. [2]



Figura 1. Componentes de una bicicleta

El cuadro aporta resistencia, durabilidad y precisión de conducción a la bicicleta; cuanto más ligero sea este, menor será por tanto el peso de la bicicleta. Los materiales tradicionalmente empleados para la fabricación de cuadros de bicicleta son aleaciones de acero, aluminio, fibra de carbono o incluso titanio. La elección del tipo de material está altamente condicionada por el uso destinado a la bicicleta (de paseo, de montaña, carretera, competición, etc) y, por tanto, por las prestaciones requeridas para la bicicleta.

1.2. Diseños Típicos del Cuadro

Desde la aparición de la bicicleta en 1817 por parte de Karl Drais, el diseño del cuadro ha condicionado la forma de la bicicleta, tal y como se muestra en la Figura 2; en el año 1885 y, gracias al diseño de John Kemp Starley, es cuando se introduce un concepto de bicicleta más evolucionado y que ha prevalecido en el tiempo. La bicicleta diseñada por Starley, conocida como bicicleta segura, es una evolución de los bicis con ruedas altas, contaba con ruedas del mismo tamaño y tracción trasera. [3]

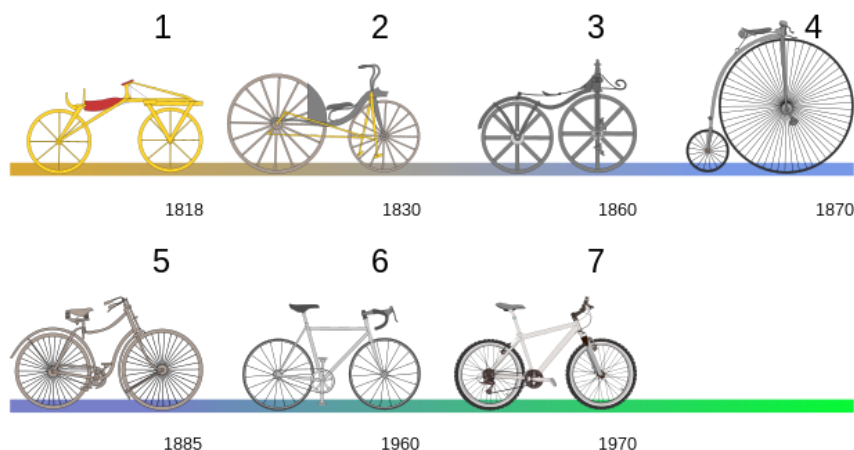


Figura 2. Evolución del diseño del cuadro de bicicleta

Hoy en día, podemos encontrar, en función del uso, tres tipos de cuadros en las bicicletas comerciales [4]:

- Cuadro de diamante: es el más habitual en las bicicletas y, como su propio nombre indica, la forma del cuadro se asemeja al de un diamante y es característico por poseer un tubo superior horizontal. Este marco destaca por su rigidez y gran estabilidad, por lo que es el diseño propio de las bicicletas de paseo y de montaña.



Figura 3. Cuadro de diamante

- Cuadro trapezoidal: similar al cuadro de diamante, no obstante, su diseño está marcado por la inclinación del tubo superior, lo que facilita el uso de la bicicleta a la hora de montarse en ella. Este tipo de cuadro es el más frecuente en las bicicletas de carretera.



Figura 4. Cuadro trapezoidal

- Cuadro bajo o cuadro de onda: en este tipo de cuadro, el tubo superior tiene forma curva hacia abajo, permitiendo por tanto una posición más cómoda y erguida al usuario de la bicicleta, lo que lo hace ideal para bicicletas de paseo y es cada vez más frecuente, ver implementado este cuadro en bicicletas eléctricas.



Figura 5. Cuadro bajo

1.3. Partes del Cuadro

En la siguiente imagen se identifican las partes típicas de un cuadro de bicicleta, a las cuales se hará mención a lo largo del trabajo:



- 1: Tubo de dirección
- 2: Tubo superior
- 3: Tubo inferior
- 4: Tubo del sillín
- 5: Tirantes superiores
- 6: Vainas inferiores
- 7: Tubo del pedalier

Figura 6. Partes del cuadro de una bicicleta

1.4. Materiales

Los materiales más frecuentes en la fabricación de cuadros de bicicleta son aleaciones de acero al carbono o aluminio. No obstante, hoy en día es posible encontrar en el mercado cuadros de bicicleta fabricados con fibra de carbono, ya que la evolución y optimización del proceso de fabricación ha supuesto que este tipo de cuadros sean accesibles a un público más general. En cualquier caso, la elección del material de fabricación va a estar fuertemente influenciado por el uso que se vaya a dar a la bicicleta.

A continuación, se describen los principales materiales empleados en la fabricación de cuadros de bicicleta: [5]

- **Acero**

Material tradicional por excelencia para la fabricación de marcos de bicicleta hasta la implementación del aluminio; de gran resistencia y durabilidad, no obstante, su principal desventaja es su elevada densidad, lo cual se traduce en marcos más pesados en comparación a otros materiales. Además, los aceros tienen una alta susceptibilidad de presentar fenómenos de corrosión.

- **Aluminio**

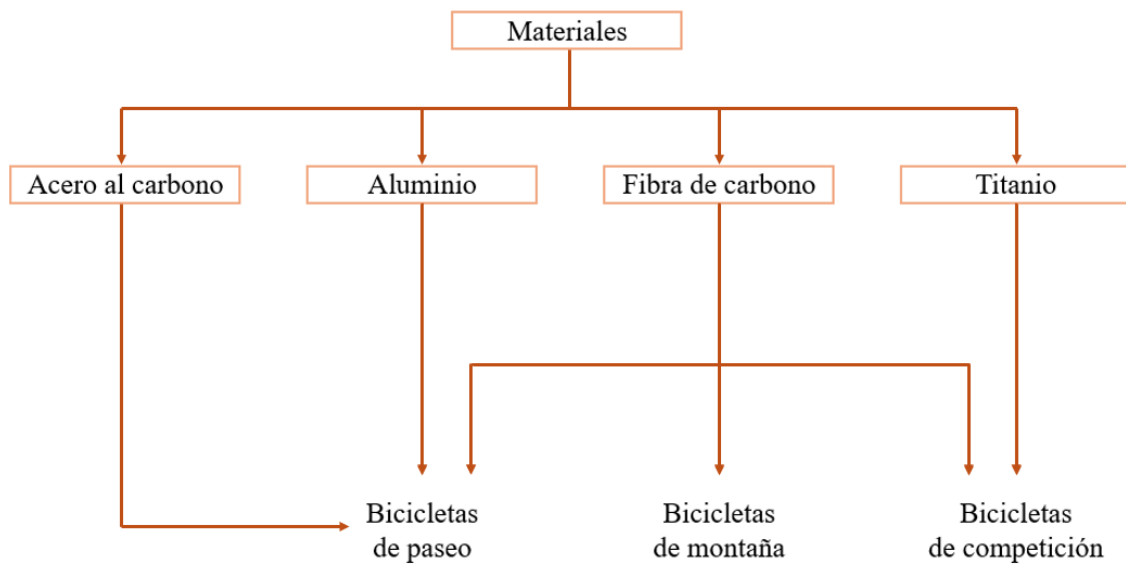
A día de hoy, es el material más habitual en los cuadros de bicicleta; este material también es el empleado en la fabricación de otros componentes de la bicicleta como manillares o bielas. El aluminio es un material más ligero, maleable y menos rígido que el acero, y es una alternativa bastante económica desde el punto de vista de fabricación. Como contra, el aluminio posee una resistencia a fatiga baja y las reparaciones son costosas. Las aleaciones de aluminio más comunes en marcos de bicicletas son el 6061 y el 7075.

- **Fibra de carbono**

Actualmente, se ha convertido en uno de los principales materiales empleados en la fabricación de cuadros de bicicleta, ya que, debido al elevado coste de fabricación, hasta hace unos años el uso de este material estaba reservado a bicicletas de alta competición. Las principales ventajas de la fibra de carbono son su capacidad de adaptación a diferentes morfologías, siendo posible la implementación de diseños con geometrías más curvas, así como su buena relación peso – rigidez, convirtiéndolo en un material muy ligero. La principal desventaja de este material es su alto precio y su baja resistencia a choque.

- **Titanio**

El uso de titanio como material de fabricación de bicicleta no ha sido muy explotado debido al alto coste asociado a este material; no obstante, desde un punto de vista mecánico, es un material con una alta resistencia, muy ligero, fácil de soldar y poco susceptible a ser afectado por fenómenos de corrosión.



Gráfica 1. Materiales y usos de las bicicletas

2. OPTIMIZACIÓN ESTRUCTURAL

A pesar de que el concepto de optimización estructural pueda parecer algo moderno, los orígenes de este se remontan al siglo XVI, cuando el célebre Galileo Galilei trataba de encontrar la geometría más eficiente de una viga en voladizo con una carga puntual aplicada en su extremo libre.

Debido al impacto económico asociado a la optimización estructural, y gracias a los avances matemáticos y al rápido desarrollo de herramientas de cálculo computacional, se ha conseguido una eficiente implementación de este concepto a la hora de diseñar diferentes tipos de estructuras. Un claro ejemplo de cómo la optimización está presente en los procesos de diseño lo encontramos en el diseño de estructura de barras con peso mínimo, propuesto por Mitchell en el siglo XX. [6]

La optimización estructural tiene cabida desde los modelos más sencillos de barras y estructuras reticulares, hasta propuestas más complejas que implican modelos sólidos 3D.

Por otro lado, el rápido avance de la optimización topológica se ha visto impulsado por la situación socioeconómica atravesada en las últimas décadas, en las que la escasez de recursos y materias primas ha propiciado la entrada en juego de nuevos materiales y la necesidad de desarrollar estructuras más ligeras y eficientes por parte de los diseñadores. El planteamiento de nuevos procesos de fabricación, así como el fomento de la fabricación aditiva, han supuesto una auténtica revolución a la hora de plantear el diseño de determinadas estructuras, haciendo viables desde el punto de vista de fabricación diseños con geometrías relativamente complejas que hasta hace unos años eran impensables.

Los principales sectores en los que la optimización estructural está más presente son tanto la industria automovilística como la aeronáutica; sectores en los que se invierte una gran cantidad de recursos económicos para obtener diseños optimizados a nivel de peso, reduciendo no solo los costes de fabricación, sino también los consumos de combustible y, por tanto, reducción de emisiones emitidas a la atmósfera.



Figura 7. Ejemplo de optimización estructural en el sector automovilístico [7]

2.1. Problema de Optimización Estructural Generalizado

2.1.1. Método de los Elementos Finitos (MEF)

Antes de entrar en el propio problema de optimización, se va a describir el Método de los Elementos Finitos, herramienta fundamental en la optimización estructural con Programas de Cálculo Numérico. Es un método numérico que aproxima las soluciones de las ecuaciones diferenciales parciales complejas asociadas a un problema físico. Se basa en la discretización de una geometría compleja en subdominios denominados “elementos finitos”. El comportamiento de dichos elementos queda determinado por el comportamiento de unos puntos característicos denominados “nodos” mediante funciones de interpolación. [8]

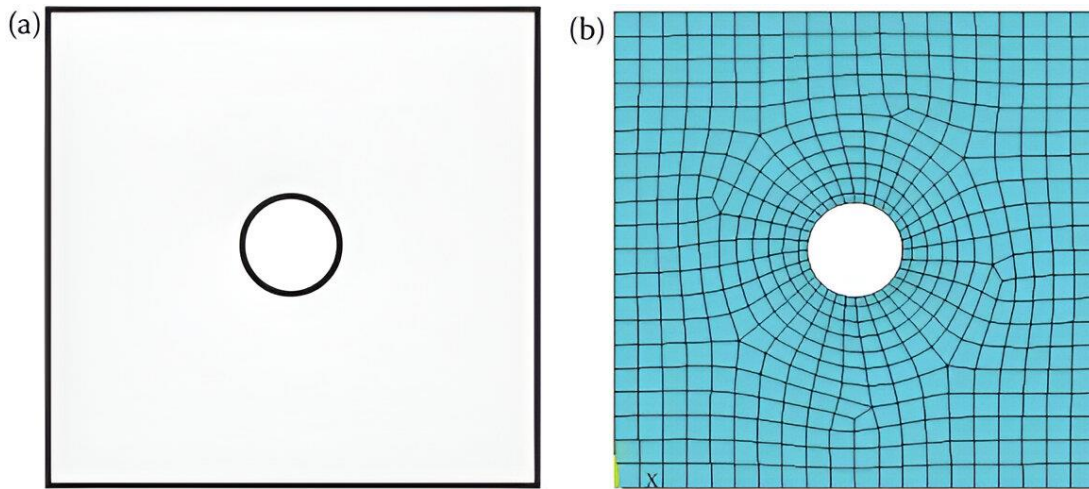


Figura 8. (a) Placa con agujero (modelo CAD). (b) Discretización MEF (mallado). [9]

Este método permite descomponer una estructura compleja en elementos más pequeños y manejables, facilitando así el análisis de las tensiones, deformaciones y otros factores críticos. Los cálculos iterativos son esenciales en este proceso, ya que permiten refinar progresivamente el modelo mediante ajustes en las variables de diseño hasta alcanzar la convergencia, es decir, hasta que los resultados de las distintas iteraciones apenas varían.

Aplicado al cálculo estructural, se supone un problema generalizado de elasticidad lineal, donde el objetivo es encontrar el desplazamiento $\mathbf{u}$ en un dominio Ω al que se le aplican ciertas fuerzas $\mathbf{f}$. La ecuación diferencial que gobierna el comportamiento elástico del sistema es [10]:

$$\nabla \cdot \sigma(\mathbf{u}) + \mathbf{f} = 0$$

Ecuación 1. Ecuación de equilibrio estático

Donde $\sigma(\mathbf{u})$ representa el tensor de tensiones, que depende de los desplazamientos $\mathbf{u}$ a través de la Ley de Hooke para materiales elásticos lineales:

$$\sigma = \mathbf{C} : \epsilon(\mathbf{u})$$

Ecuación 2. Ley de Hooke generalizada

2. OPTIMIZACIÓN ESTRUCTURAL

Siendo C el tensor de rigidez del material y $\epsilon(u)$ el tensor de deformaciones. Como además se va a suponer el material isótropo, el tensor de rigidez del material C dependerá del módulo de Young E y del coeficiente de Poisson ν .

$$C = \frac{E}{(1+\nu)} \begin{bmatrix} \frac{(1-\nu)}{(1-2\nu)} & \frac{\nu}{(1-2\nu)} & \frac{\nu}{(1-2\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{(1-2\nu)} & \frac{(1-\nu)}{(1-2\nu)} & \frac{\nu}{(1-2\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{(1-2\nu)} & \frac{\nu}{(1-2\nu)} & \frac{(1-\nu)}{(1-2\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ecuación 3. Tensor de elasticidad rigidez para materiales elásticos, lineales e isótropos

Al aplicar el Método de Elementos Finitos, se considera que los desplazamientos en cada elemento pueden aproximarse mediante una combinación lineal de funciones de interpolación $N_i(x)$ y del desplazamiento en los nodos u_i :

$$u(x) \approx \sum_{i=1}^{N_e} N_i(x) u_i$$

Ecuación 4. Aproximación de los desplazamientos con funciones de interpolación

La condición de equilibrio del sistema también viene determinada por el Principio de los Trabajos Virtuales. Este teorema enuncia que el trabajo virtual realizado por las fuerzas internas tiene que ser igual al trabajo virtual realizado por las fuerzas externas.

$$\delta W_{int} = \delta W_{ext}$$

Ecuación 5. Principio de los Trabajos Virtuales

El trabajo interno y el trabajo externo se definen de la siguiente forma:

$$W_{int} = \int_{\Omega} \epsilon(u) : C : \epsilon(u) d\Omega$$
$$W_{ext} = \int_{\Omega} f u d\Omega$$

Ecuación 6. Trabajo interno y trabajo externo

Al sustituir estas expresiones en la igualdad anterior, y aproximando los desplazamientos mediante las funciones de interpolación, la expresión asociada al Principio de los Trabajos Virtuales se puede reescribir de la siguiente forma:

$$\int_{\Omega} \delta \epsilon(u) : \sigma(u) d\Omega = \int_{\Omega} \delta u \cdot f d\Omega$$

Ecuación 7. Principio de los Trabajos Virtuales desarrollado

Que, al aplicar la Ley de Hooke, se puede reformular como se indica a continuación:

$$\sum_{j=1}^{N_e} u_j \int_{\Omega} B_i^T C_{ij} B_j d\Omega = f_i$$

Ecuación 8. Principio de los Trabajos Virtuales simplificado en notación tensorial

Donde B_i representa la matriz de las derivadas de las funciones de interpolación $N_i(x)$ y C_{ij} es ahora la matriz de rigidez del material.

El resultado de la integral en la ecuación anterior hace referencia a los elementos de la matriz de rigidez global K , donde cada término K_{ij} representa la interacción entre las derivadas de las funciones de interpolación asociadas a los nodos i y j :

$$K_{ij} = \int_{\Omega} B_i^T C_{ij} B_j d\Omega$$

Ecuación 9. Término ij -ésimo de la matriz de rigidez global

Finalmente, la ecuación de equilibrio en el Método de los Elementos Finitos se puede escribir de forma matricial como:

$$\mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{F}$$

Ecuación 10. Forma matricial simplificada del Método de los Elementos Finitos

Donde:

- **K :** **Matriz de rigidez**
- **u :** **Vector de desplazamientos**
- **F :** **Vector de fuerzas**

Como se ha demostrado, la ecuación $\mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{F}$ proviene de la discretización de un problema continuo mediante el Método de los Elementos Finitos y representa el equilibrio estático entre las fuerzas externas ($\mathbf{F}$) y las fuerzas internas ($\mathbf{K} \mathbf{u}$).

El procedimiento requerido para resolver un problema por el Método de los Elementos Finitos es el siguiente: [9]

2. OPTIMIZACIÓN ESTRUCTURAL

1. Discretizar la geometría para obtener un mallado (conjunto de elementos con sus respectivos nodos).
2. Describir el comportamiento de las magnitudes físicas en cada elemento.
3. Aplicar las cargas y condiciones de contorno.
4. Ensamblar los elementos en los nodos para formar un sistema de ecuaciones compatibles para el modelo global.
5. Resolver el sistema de ecuaciones para conocer los desplazamientos en los nodos.

Calcular otras magnitudes (tensiones, deformaciones, etc) a partir de los desplazamientos nodales anteriormente calculados.

2.1.2. Formulación Matemática de un Problema de Optimización Estructural Generalizado

El fundamento matemático de la optimización estructural se basa en maximizar o minimizar una función objetivo relacionada con la geometría del problema en cuestión, teniendo en cuenta ciertas restricciones asociadas a la propia estructura objeto de estudio.

La formulación matemática de un problema general de optimización viene representada por la siguiente formulación: [11]

$$\begin{array}{lll} \min / \max : & f(\mathbf{x}) & \\ \text{sujeto a :} & h_j(\mathbf{x}) = 0 & j = 1, 2, \dots, m_i \\ & g_k(\mathbf{x}) \geq 0 & k = 1, 2, \dots, m_d \\ & x_i^l \leq x_i \leq x_i^s & i = 1, 2, \dots, n \end{array}$$

Ecuación 11. Formulación de un problema general de optimización

- $\mathbf{x}$ Vector n-dimensional de variables de diseño
- $f(\mathbf{x})$ Función objetivo, representa el criterio óptimo
- $h_j(\mathbf{x})$ Restricción de diseño de igualdad j
- $g_k(\mathbf{x})$ Restricción de diseño de desigualdad k
- m_i Número de restricciones de igualdad
- m_d Número de restricciones de desigualdad
- n Número de variables de diseño

- x_i Variable de diseño i
- x_i^I Límite inferior de la variable de diseño i
- x_i^S Límite superior de la variable de diseño i

A través de la combinación de las diferentes variables de diseño consideradas y mediante un proceso iterativo, se define un punto solución ($\mathbf{x}$) en el espacio de diseño. Si dicho punto, además, cumple con todas las restricciones definidas, el punto solución se considera como un punto de diseño válido. Si, por el contrario, no respeta todas las restricciones, dicho punto solución es considerado como punto de diseño no válido.

La optimización aplicada al campo estructural consiste en aplicar la formulación anteriormente descrita a un modelo con unas determinadas condiciones de contorno, donde el objetivo es minimizar o maximizar alguna propiedad de la geometría inicial (masa, rigidez) o algún resultado de esta (desplazamientos, tensiones). Para la resolución de este problema, se hace uso de los programas de cálculo numérico basados en el Método de los Elementos Finitos (FEM).

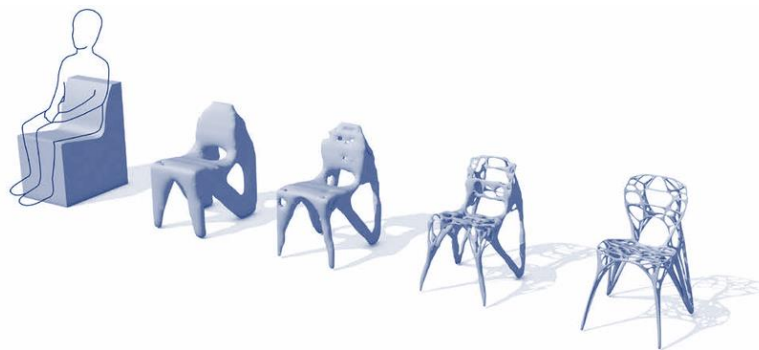


Figura 9. Resultado iterativo de Optimización Estructural [12]

Existen distintos métodos de optimización estructural en la actualidad, los cuales están basados en la misma metodología:

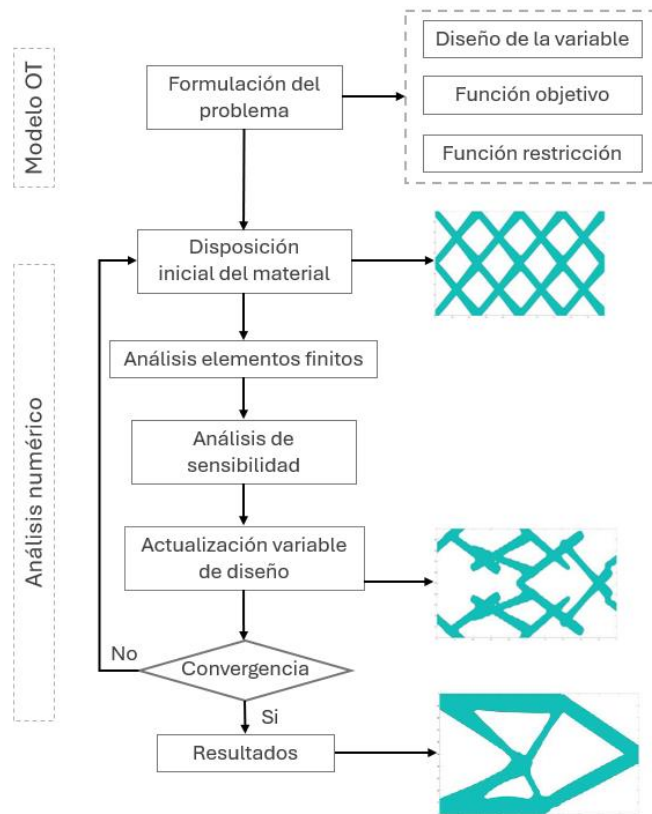


Figura 10. Metodología en proceso de Optimización Estructural [13]

En primer lugar, es necesario determinar cuál va a ser la variable a optimizar. Esta será la función objetivo que se minimizará o maximizará según la naturaleza del problema y el resultado buscado. También es necesario definir al inicio las restricciones a considerar durante la resolución del problema.

A continuación, comienza el proceso iterativo, en el que la geometría inicial se va actualizando con cada iteración en función de las restricciones impuestas al problema. Es fundamental que este tipo de cálculos vayan acompañados de un análisis de sensibilidad para garantizar la calidad de los mismos y, por tanto, la fiabilidad de los resultados obtenidos.

Seguido a este, viene la actualización de las variables de diseño y la comprobación de su convergencia. Si las variables de diseño no convergen, se inicia otra iteración teniendo en cuenta que sus condiciones iniciales serán los resultados de la iteración anterior. En caso de que las variables de diseño hayan convergido, el próximo paso es la obtención de resultados y la validación de estos a través de un postprocesado.

2.2. Métodos de Optimización Estructural

Dentro de la optimización estructural, se han desarrollado diferentes métodos para poder obtener un diseño más eficiente; la selección del más adecuada dependerá tanto de las condiciones de partida del problema como de los resultados que se quieran obtener.

Las metodologías de optimización más habituales son las descritas a continuación: [14]

a) Optimización Topológica.

Es el método más utilizado en la actualidad. Es compatible con elementos tipo viga, lámina y sólidos. Se discretiza el medio continuo a optimizar y se intenta identificar qué partes de la geometría son válidas para el diseño optimizado en función del valor de la función de densidad; a partir de dicha función, se generan huecos o vacíos en la geometría donde sea necesario. El método matemático que más se emplea en la optimización topológica es el método **SIMP** (*Single Isotropic Material with Penalization*), que será explicado más en detalle en los siguientes apartados.

Dentro de la optimización topológica, destaca la **optimización topométrica**; la cual tiene más utilidad cuando se trabaja con elementos tipo lámina. Consiste en realizar una aproximación similar a la optimización topológica a partir de un dominio tridimensional. La diferencia reside en que, mientras que la optimización topológica tradicional busca determinar dónde colocar o quitar material en un dominio, la optimización topométrica se centra en ajustar el espesor del material en diferentes regiones de una lámina para que el material quede repartido de forma eficiente.

b) Optimización de Forma.

A diferencia del primer método, este método de optimización no genera vacíos en la geometría, mantiene las condiciones de contorno y, a partir de ellas, va implementando cambios morfológicos en estas condiciones de contorno, variando, por tanto, la geometría inicial. Uno de los principales inconvenientes de este método es la necesidad de implementar un nuevo mallado en cada iteración. Además, es altamente recomendable emplear mallados de tipo tetraédrico debido a la distorsión de los elementos en cada iteración por los cambios morfológicos de la geometría de partida.

Dentro de la optimización de forma, cabe destacar la **optimización topográfica**; su principal característica es que únicamente es aplicable a elementos tipo lámina. Este método implica una reubicación de los nodos de la malla, de forma que existe una mayor densidad de nodos en las zonas más solicitadas a nivel tensional, simulando la existencia de elementos tipo viga ficticios.

2.3. Optimización Topológica

Como se ha mencionado anteriormente, la optimización topológica es la técnica de optimización estructural más utilizada hoy en día, y va a ser el principal enfoque de este trabajo. Su objetivo es encontrar una distribución de material eficiente dentro de un espacio de diseño predefinido para un conjunto de cargas y condiciones de contorno dados, identificando y reduciendo las regiones que menos contribuyen a la hora de aportar rigidez a la estructura. Las zonas que aportan menos rigidez a la estructura son las regiones que se encuentran menos solicitadas a nivel tensional en la simulación. Como resultado, se determina una disposición óptima del material con la que se definirá el diseño final de la pieza. [9]

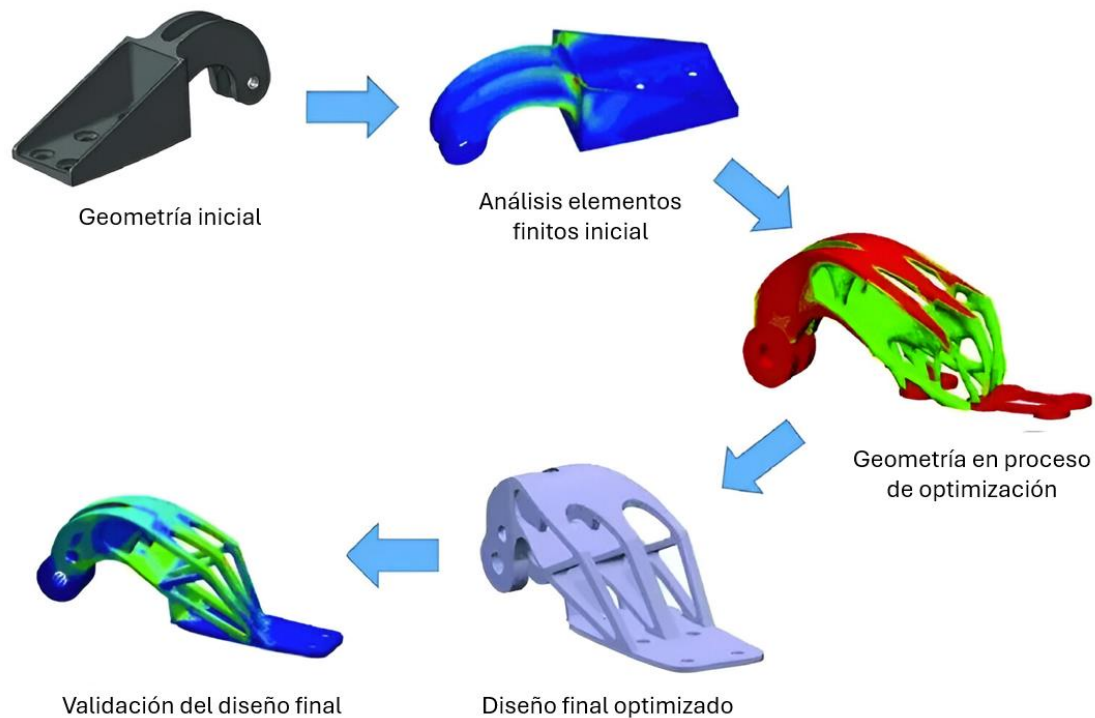


Figura 11. Flujo de trabajo de la Optimización Topológica [15]

La decisión sobre si una parte de la estructura permanecerá en el diseño final depende del valor de la función densidad ρ_i . La función ρ_i es una variable de diseño que corresponde a la densidad de material normalizada de cada elemento y se define de la siguiente forma:

$$\rho_i = \frac{\rho_{ai}}{\rho_0}$$

Ecuación 12. Función densidad del elemento i

- ρ_i Densidad de material normalizada del elemento i
- ρ_{ai} Densidad de material asumida del elemento i
- ρ_0 Densidad de material real

La densidad asumida del elemento i es un valor inicial asignado a cada elemento en el modelo de optimización y que representa una estimación de la cantidad de material presente en el elemento al inicio del proceso de optimización. Este valor se va ajustando durante el proceso de cálculo iterativo llevado a cabo en el proceso de optimización topológica.

El valor de ρ_i puede oscilar entre 0 y 1. Si su valor para un elemento es próximo a 0, significa que ese elemento no formará parte de la geometría optimizada. Si, por el contrario, el valor de ρ_i es próximo a 1, el elemento formará parte de la geometría optimizada. [16]

En la aplicación de este método basado en la variación de la función densidad, la función objetivo del problema de optimización es normalmente la rigidez de la estructura, siendo el

principal objetivo del problema maximizar esta variable. Para ello, se calculan los valores de ρ_i que minimizan la energía de deformación elástica, ya que dicha energía aumenta con la deformación de la estructura. No obstante, también es posible minimizar otras funciones objetivo como los desplazamientos, las tensiones o maximizar otras como las frecuencias naturales de vibración de la estructura.

En cuanto a las restricciones de la optimización, se pueden utilizar la masa, la rigidez, los desplazamientos y las tensiones entre otras, siendo las mencionadas las más comunes. Estas restricciones pueden establecerse como límites absolutos que no deben excederse, o como intervalos de valores dentro de los cuales las magnitudes deben permanecer.

2.3.1. Limitaciones de la Optimización Topológica

Las principales limitaciones asociadas a la optimización topológica están relacionadas con inestabilidades matemáticas propias del cálculo numérico y son las siguientes: [17]

1. **Checkerboards:** Los *checkerboards* o tableros de ajedrez, hacen referencia a la creación de regiones en las que se intercalan elementos sólidos y huecos de tal modo que su forma se parece a un tablero de ajedrez.

El problema de los *checkerboards* (1) es que representan regiones que contienen elementos con excesiva rigidez. Mediante la implementación de elementos no lineales (con mayor número de nodos) el problema quedaría solucionado, tal y como se ve reflejado en la Figura 12:

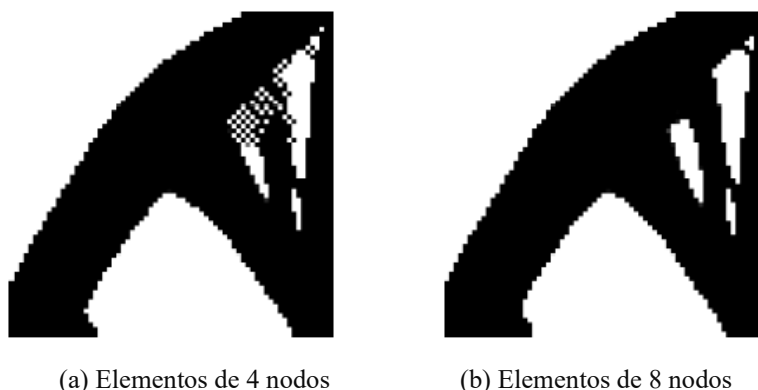


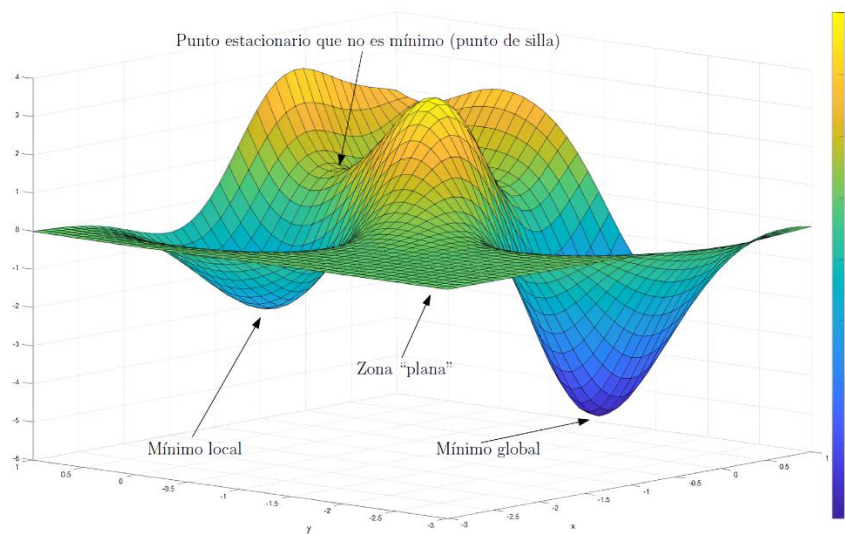
Figura 12. Diferencia en la discretización debida al uso de elementos con distinto número de nodos [18] [19]

2. **Dependencia del mallado:** Consiste en la obtención de soluciones cualitativamente distintas dependiendo de la forma de discretización o del tamaño de la malla. Es importante tener en cuenta que, cuanto más refinada sea la malla, mayor será la calidad de la optimización topológica.

El problema de la dependencia del mallado (2) radica en que una disminución en el tamaño de los elementos debería únicamente generar diseños más detallados de la estructura, no diseños notablemente diferentes (estructuras (b) y (c) de la Figura 13).

3. **Mínimos locales:** Como en todo problema de optimización, se puede dar la situación en la que un mínimo local es interpretado como un mínimo global, obteniendo, por tanto, una solución errónea. Esto sucede cuando, a pesar de utilizar el mismo mallado, se obtienen soluciones diferentes.

El principal problema de los mínimos locales viene dado por la minimización de la función objetivo hacia un mínimo local en vez de hacia el mínimo global. Dado que los mínimos locales son abundantes en los problemas de optimización, el punto de diseño determinado como válido dependerá del diseño original escogido. Un ejemplo de este posible problema se muestra en la Gráfica 2:



Gráfica 2. Ejemplo de función no convexa globalmente, con zonas planas, puntos de silla, mínimo local y global. Obtenida utilizando la función **peaks** de MATLAB [19]

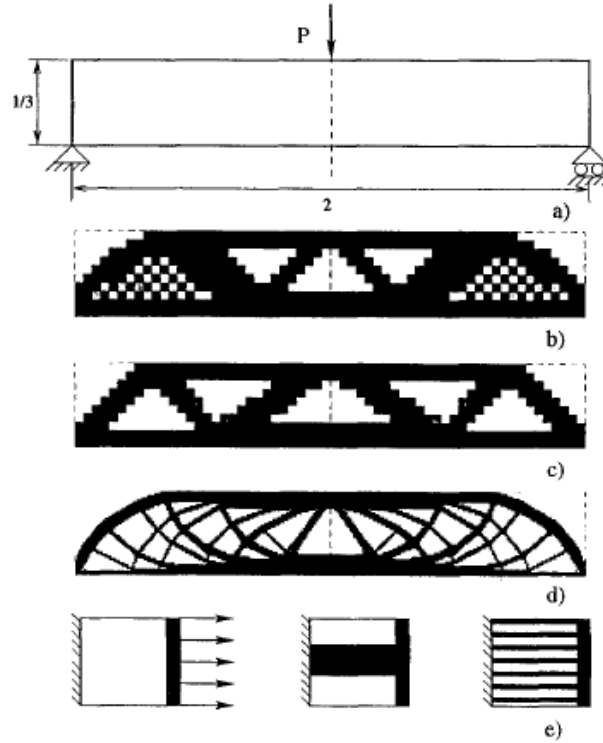


Figura 13. (a) Diseño inicial. (b) Ejemplo de checkerboard. (c) Solución con discretización de 600 elementos. (d) Solución con discretización de 5400 elementos. (c, d) Diferencias cualitativas entre las discretizaciones. (e) Dos posibles soluciones para el mismo diseño inicial. [17]

2.3.2. Formulación Matemática de la Optimización Topológica

El método matemático más empleado en la optimización topológica es el método **SIMP** (*Solid Isotropic Material with Penalization*). Consiste en definir como función objetivo la rigidez e imponer ciertas restricciones sobre el volumen de la estructura. Se usará como variable de diseño la densidad normalizada ρ_i . Este método asume que la estructura está formada por un material ficticio cuyas constantes elásticas varían en función de la densidad. Por tanto, para contabilizar la rigidez que aporta cada elemento al diseño final, se hará uso del factor de penalización p .

Con el fin de maximizar la rigidez, se define una función objetivo denominada “flexibilidad media” para ser minimizada. Para un problema generalizado de elasticidad lineal plana como el mostrado en la Figura 14, la flexibilidad media queda definida como [20]:

$$l(u) = \int_{\Omega} f u \, d\Omega + \int_{\Gamma_t} t u \, d\Gamma$$

Ecuación 13. Flexibilidad media

Donde u representa el campo de desplazamientos, f las fuerzas por unidad de volumen y t las fuerzas por unidad de superficie. Ω representa el dominio completo y Γ_t es el contorno donde se aplican las fuerzas superficiales. Γ_u hace referencia al contorno que se encuentra empotrado

2. OPTIMIZACIÓN ESTRUCTURAL

para impedir que el cuerpo se mueva como un sólido rígido. En la Ecuación 13 se puede observar que la flexibilidad media es equivalente al trabajo externo del sistema.

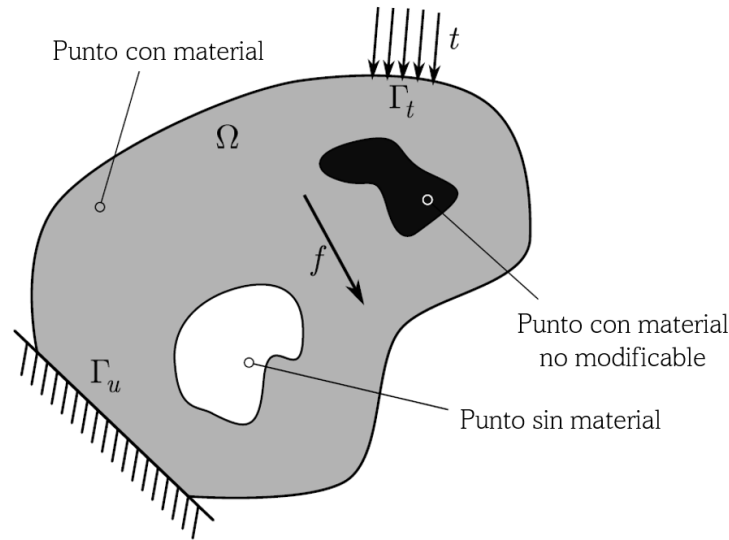


Figura 14. Problema de elasticidad lineal plana generalizado [20]

El trabajo interno para un desplazamiento virtual cualquiera v en un sistema en equilibrio puede expresarse como:

$$a(u, v) = \int_{\Omega} C_{ijkl}(x) \epsilon_{ij}(u) \epsilon_{kl}(v) d\Omega$$

Ecuación 14. Trabajo interno asociado a un desplazamiento virtual v

Siendo $C_{ijkl}(x)$ el tensor de rigidez que varía con la posición x , y $\epsilon_{ij}(u)$ y $\epsilon_{kl}(v)$ los tensores de deformación plana con sus respectivas derivadas parciales en función de los subíndices.

$$\epsilon_{ij}(u) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)$$

$$\epsilon_{kl}(u) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_l}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \right)$$

Ecuación 15. Tensores de deformación plana

Una vez definidos tanto el trabajo externo como el interno, se puede expresar el problema de mínima flexibilidad de la siguiente forma:

$$\min_{u \in U, x} l(u) \quad (1)$$

$$a(u, v) = l(v) \quad \forall v \in U \quad (2)$$

Ecuación 16. Problema de minimización de la flexibilidad media

Donde x representa el campo de las variables de diseño y U el dominio de los campos de desplazamiento admisibles. La ecuación (2) hace referencia a la condición de equilibrio que debe cumplirse en todo momento: el Principio de los Trabajos Virtuales. Si en esta misma ecuación, se sustituyen los desplazamientos virtuales v , por los reales u , y teniendo en cuenta que la energía deformación elástica es:

$$W(\epsilon) = \frac{1}{2} \epsilon_{ij} C_{ijkl} \epsilon_{kl}$$

Ecuación 17. Energía elástica de deformación

$$a(u, u) = l(u)$$

$$a(u, u) = \int_{\Omega} C_{ijkl}(x) \epsilon_{ij}(u) \epsilon_{kl}(u) d\Omega = l(u)$$

$$2W(\epsilon) = l(u)$$

Ecuación 18. Flexibilidad media igual a dos veces la energía elástica de deformación

Se obtiene que la flexibilidad media es dos veces la energía elástica de deformación. Por tanto, minimizar la flexibilidad media equivale a minimizar dos veces la energía elástica.

Si ahora los dos campos, x y u , son discretizados de la misma forma mediante el Método de los Elementos Finitos, se puede reformular el problema de la siguiente forma [21]:

$$\min_{u, x} c(x) = F^T u \quad (1)$$

$$K(x) u = F \quad (2)$$

$$C_{ijkl}(\rho_i) = \rho_i^p C_{ijkl}^0 \quad p > 1 \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^{N_e} (\rho_i V_i) \leq V^* \quad \rho_i \in (0, 1] \quad (4)$$

Ecuación 19. Reformulación del problema de optimización topológica con el método SIMP discretizado

2. OPTIMIZACIÓN ESTRUCTURAL

Donde u es el vector de desplazamientos y F es el vector de cargas aplicadas. La matriz de rigidez global K depende del módulo de Young E_i de cada elemento i , y se puede obtener ensamblando las matrices de rigidez de cada elemento como:

$$K = \sum_{i=1}^{N_e} K_i(E_i)$$

Ecuación 20. Matriz de rigidez global

Siendo K_i la matriz de rigidez global para cada elemento.

Además, se añaden dos restricciones al problema de optimización mediante las ecuaciones (3) y (4), que son las que diferencian el método **SIMP** de otros métodos matemáticos, indicando que las constantes elásticas varían en función de la densidad.

En la ecuación (3), $C_{ijkl}(\rho_i)$ es el tensor de rigidez interpolado, y C_{ijkl}^0 es el tensor de rigidez asociado al material isótropo original. Como el valor de ρ_i^p oscila entre 0 y 1, el valor de $C_{ijkl}(\rho_i)$ estará acotado entre 0 y C_{ijkl}^0 .

El factor de penalización p , empleado para interpolar los valores intermedios de las densidades, permite reducir la aportación de elementos con valores de ρ_i entre 0 y 1. Este parámetro se utiliza para lograr diseños que sean más cercanos a ser completamente sólidos o vacíos. Esto es importante para evitar soluciones con densidades intermedias que no tienen sentido práctico en los problemas de diseño. Mediante ensayos experimentales, se concluyó que el valor adecuado para el factor de penalización debe estar entre 3 y 4 [21]. Valores muy bajos de p dan lugar a resultados poco definidos mientras que valores altos están asociados a problemas de inestabilidad numérica.

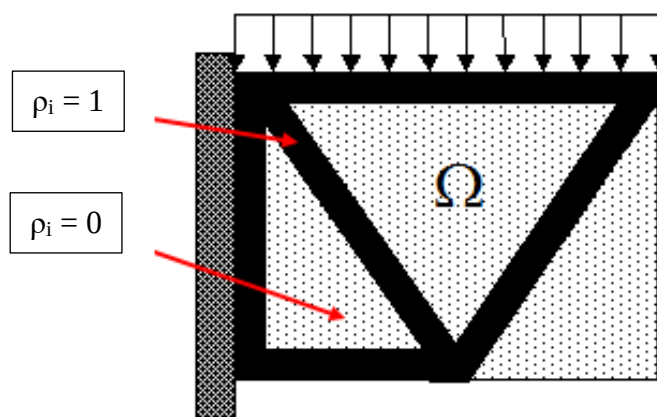
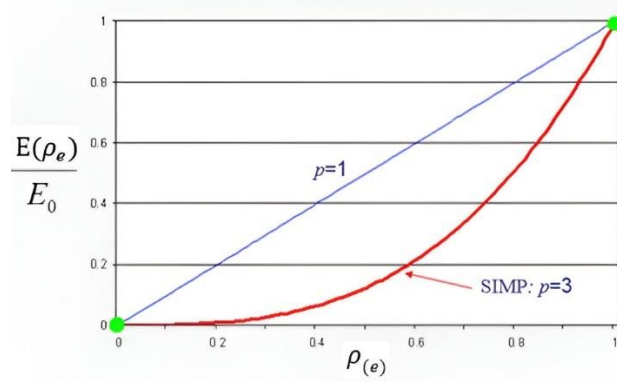


Figura 15. Diseño del material optimizado de una viga cargada [22]

No obstante, el valor límite inferior de la densidad, densidad normalizada mínima $\rho_{\min}$, nunca es 0 por muy próximo que sea el valor de ρ_i a él. Este valor de densidad asegura que el análisis

de elementos finitos sea numéricamente estable al asegurar una rigidez mínima en las regiones vacías.

Debido a que la densidad relativa del material cambia su valor de manera continua en cada iteración, el módulo de Young del material en cada elemento se considera una función variable en cada cálculo.



Gráfica 3. Interpolación del valor del módulo de Young con $p=3$ [22]

Una disminución del módulo de Young del material de un elemento implica una disminución de la rigidez de dicho elemento, como se observa en la Ecuación 3 y en la Ecuación 9 para materiales elásticos, lineales e isótropos. De acuerdo con el método **SIMP**, la matriz de rigidez global se ajusta según:

$$[K_{SIMP}(\rho)] = \sum_{i=1}^{Ne} [\rho_{min} + (1 - \rho_{min})\rho_i^p][K_i] \quad p > 1$$

Ecuación 21. Rigidez global del método SIMP

Donde

- $[K_{SIMP}(\rho)]$ Matriz de rigidez global del método **SIMP**
- ρ_{min} Valor mínimo de la función densidad relativa
- $[K_i]$ Matriz de rigidez del elemento i

La ecuación (4) hace referencia a la cantidad de material disponible en la optimización. Establece que el volumen original del sólido V^* no puede ser superado en ningún momento. Para obtener el volumen aportado por cada elemento en la estructura final, es suficiente con multiplicar el volumen del elemento i , V_i , por la densidad normalizada.

Como se ha mencionado anteriormente, la optimización topológica también es aplicable a modelos de elementos tipo lámina y se le conoce como optimización topométrica. Para este tipo de problemas, la variable de diseño pasa a ser el espesor, h , en vez de la densidad, para un factor de penalización igual a 1. Esto ocurre porque, tanto el volumen como la rigidez de la estructura, se relacionan de forma lineal con el espesor, al igual que ocurre con la densidad. En la siguiente ecuación se muestra la relación lineal entre el espesor h y la rigidez de una lámina, denominada como $K_{membrana}$ [23] :

$$K_{membrana} = \frac{Eh}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}$$

Ecuación 22. Rigidez membranar

En este caso, el problema de minimización de la flexibilidad de forma continua se formula de la siguiente manera [21] :

$$\begin{aligned} \min_{u \in U, x} \quad & l(u) \\ a(u, v) = \int_{\Omega} h(x) C_{ijkl}^0(x) \epsilon_{ij}(u) \epsilon_{kl}(v) d\Omega &= l(v) \\ C_{ijkl} &= h(x) C_{ijkl}^0(x) \\ \int_{\Omega} h(x) d\Omega &= V^* \end{aligned}$$

Ecuación 23. Problema de optimización topométrica de forma continua

2.4. Módulo de Optimización Estructural en ANSYS

Algunos de los programas de cálculo numérico que disponen de módulos para llevar a cabo procesos de optimización estructural son: *ANSYS Mechanical*, *SolidWorks*, *OptiStruct*, *Abaqus*, *GENESIS* y *Autodesk Fusion 360*, entre otros.

En el caso del software *ANSYS*, el módulo de optimización estructural lleva implementado desde hace más de 25 años.

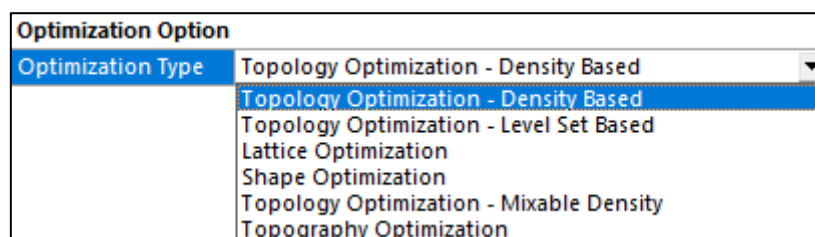


Figura 16. Tipos de optimización estructural en ANSYS

En la Figura 16, se pueden ver los diferentes tipos de optimización topológica implementados en *ANSYS*, así como diferentes variantes para cada uno de ellos: optimización topológica, *Topology Optimization* y sus variantes *Density Based*, *Level Set Based*, *Mixable Density*, y la optimización de forma, *Shape Optimization*, con su variante de optimización topográfica (*Topography Optimization*). Además, se encuentra disponible otro tipo de optimización llamado *Lattice Optimization*, que resulta útil para diseñar y generar estructuras reticulares, ya que permite diseñar estructuras internas ligeras y eficientes.

Dentro de las variantes de optimización topológica disponibles en *ANSYS*, la más empleada es la “*Density Based Optimization*”, que basa su funcionamiento en el método matemático **SIMP** descrito en el apartado 2.3.2. El método *Level Set Based Optimization* por otra parte, funciona a través de la recolocación de las condiciones de contorno de la geometría, de manera que se optimice la función objetivo. Este método permite la obtención de soluciones optimizadas únicas que facilitan su interpretación. Por último, el *Mixable Density Method* emplea también el método matemático **SIMP**, y, además, implementa herramientas del *Level Set Based Optimization* para obtener geometrías más nítidas.

Tanto el *Level Set Based* como el *Mixable Density* son exclusivos para modelos sólidos, mientras que el *Density Based* se puede aplicar a modelos tanto sólidos como de láminas [24].

Los pasos a seguir en un proceso de optimización estructural en *ANSYS* son los siguientes:

1. Seleccionar el tipo de optimización estructural
2. Definir la función objetivo

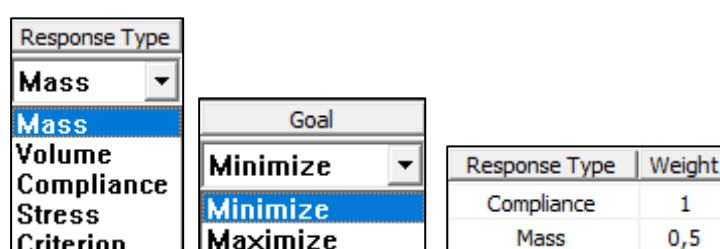


Figura 17. Definición de la función objetivo

En caso de que se quiera optimizar varias funciones objetivo, se le puede asignar un peso a cada función para dar prioridad a la optimización de alguna función objetivo como se indica en la Figura 17.

3. Establecer las restricciones de la optimización

Las funciones que se pueden seleccionar como restricción se muestran en la siguiente figura:

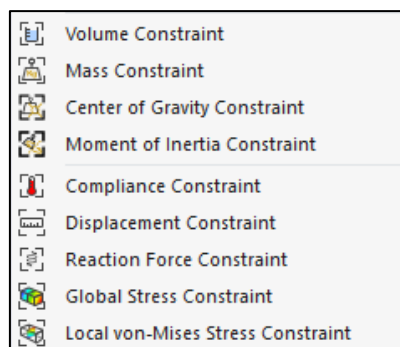


Figura 18. Restricciones de la optimización estructural

Una vez determinada la variable que se va a utilizar como restricción, se define el valor límite o el rango de valores establecido para cumplir la restricción, como se muestra en la Figura 19:

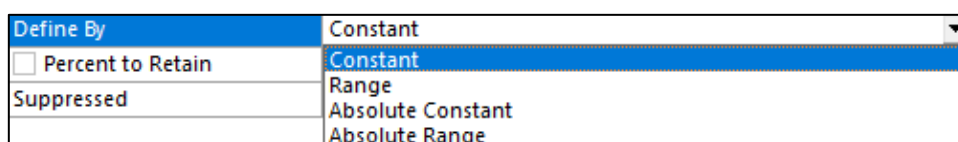


Figura 19. Valores límite de las restricciones

4. Identificar las regiones de optimización y exclusión

Por defecto, *ANSYS* reconoce las regiones donde hay aplicadas acciones o condiciones de contorno como regiones de exclusión. Estas zonas no serán optimizadas y, por tanto, no se verán modificadas. Por otra parte, el resto de la estructura quedará definida como potencial región de diseño susceptible de eliminar material.

No obstante, se pueden escoger las regiones de optimización y de exclusión de forma manual sobre la geometría como se indica en la siguiente figura.

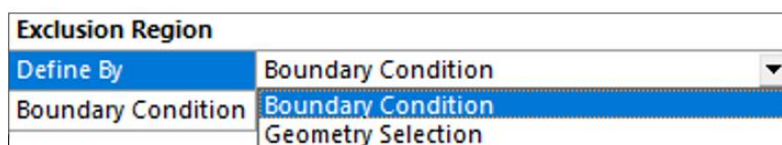


Figura 20. Definición de regiones de exclusión

5. Cálculo del problema de optimización estructural

Por último, se define el número de iteraciones máximo del proceso de optimización siendo 500 el valor por defecto, al igual que la precisión para cumplir el criterio de convergencia en las diferentes iteraciones de cálculo.

6. Revisión del modelo final

Los resultados de la optimización estructural pueden contener geometrías irregulares o singulares que son difíciles de implementar desde el punto de vista de la fabricación. Además, de cara a la fabricación aditiva, una geometría optimizada y suavizada presenta menos dificultades a la hora de ser fabricada con una impresora 3D.

3. OBJETIVO

El principal objetivo de este trabajo es entender el funcionamiento de la optimización estructural, en concreto, de la optimización topológica, mediante el uso del Programa de Cálculo Numérico *ANSYS*. Para ello, se ha usado como caso de estudio el cuadro de una bicicleta.

Con respecto a la geometría del cuadro de bicicleta, se ha escogido un cuadro tipo diamante fabricado en aluminio, al ser el modelo más habitual en bicicletas destinadas a un uso no profesional, asumiendo una vida útil de entre 10 y 20 años [25].

Como condición de carga se ha considerado únicamente el efecto del peso propio, despreciando, por tanto, otro tipo de cargas como pueden ser cargas de viento, así como posibles fenómenos aeroelásticos. En el presente trabajo, se pretende buscar el diseño más optimizado para un cuadro de bicicleta teniendo en cuenta la acción de cargas estáticas y asegurando la integridad estructural de la misma. A través de la realización de un análisis estático lineal, se identificarán las regiones menos solicitadas a nivel tensional y se irá reduciendo el material de las mismas hasta conseguir la geometría final optimizada.

En este trabajo se ha analizado cómo la optimización estructural puede afectar a diferentes variables como son el peso, la rigidez o la durabilidad del cuadro.

Otra aportación de este trabajo, es la demostración de la utilidad de herramientas disponibles en los programas de cálculo, tales como la optimización topológica. El procedimiento seguido en el diseño optimizado del cuadro de bicicleta puede ser extrapolado a aplicaciones más complejas y sofisticadas en las que, sin duda, la optimización topológica es una herramienta con un gran potencial.

4. METODOLOGÍA

Teniendo en cuenta que el objetivo del presente trabajo es llevar a cabo la optimización topológica de un cuadro de bicicleta, es fundamental conocer el comportamiento a nivel estructural del cuadro.

El flujo de trabajo seguido para la obtención del diseño de cuadro optimizado es el mostrado en el esquema de la Figura 21:



Figura 21. Flujo de trabajo seguido

- **Etapa 1: Prediseño**

En esta primera etapa se ha desarrollado un modelo simplificado de vigas del cuadro de bicicleta para estudiar el comportamiento a nivel global. La evaluación de las uniones entre barras será objeto de estudio en fases posteriores para las que se necesitará un modelo con mayor grado de detalle. Este modelo simplificado permite validar principalmente los espesores seleccionados para los diferentes componentes del cuadro y las dimensiones generales a través de la realización de un análisis estructural estático con el que se reproducirán ciertas condiciones de carga reales de la bicicleta.

- **Etapa 2: Modelo sólido**

Con los resultados obtenidos del modelo simplificado de vigas, se ha llevado a cabo el desarrollo del modelo con elementos tipo sólido con el objetivo de evaluar el comportamiento del cuadro desde un enfoque más local, prestando especial atención a los resultados tensionales obtenidos en las zonas de las uniones entre los diferentes componentes del marco.

- **Etapa 3: Modelo de detalle y optimización topológica**

Debido a los resultados poco precisos obtenidos del modelo sólido a causa de los elementos con muy poco espesor del cuadro, se ha realizado el análisis de un modelo de láminas. Los elementos empleados en este modelo se adaptan mejor a la geometría de los tubos del marco, proporcionando así unos resultados más precisos y que representan el comportamiento real del cuadro de bicicleta.

Con la optimización topológica, se han identificado las áreas de mayor y menor aprovechamiento del diseño del cuadro. Una vez obtenida la solución optimizada, ha sido necesario analizar la viabilidad de implementación de los diseños propuestos.

- **Etapa 4:** Diseño final del cuadro y validación del modelo optimizado

Una vez identificadas, a través de las herramientas de optimización topológica, las zonas con menor sollicitación a nivel estructural y, cuya eliminación no penaliza el comportamiento estructural del marco, se ha procedido con la definición del diseño final del cuadro de bicicleta. Una vez definido el diseño final del cuadro, se ha realizado la evaluación estructural del mismo, evaluando tanto el colapso plástico como fatiga.

La metodología de análisis seguida para cada uno de los modelos desarrollados es la siguiente:

- **Fase 1:** Modelado

Para obtener las geometrías de los cuadros de bicicleta, se ha hecho uso del propio software de modelado 3D de *ANSYS*, *SpaceClaim*. Para ello, se ha partido de planos de detalle 2D de diseños típicos de cuadros de bicicleta.

- **Fase 2:** Análisis

Esta fase incluye el análisis del modelo generado anteriormente utilizando el Método de los Elementos Finitos. Los pasos que se han seguido para realizar el análisis son los siguientes:

1. Preparación del modelo de elementos finitos
 - i. Construcción del modelo geométrico
 - ii. Definición de las propiedades de los materiales
 - iii. Definición de los parámetros de la malla
2. Aplicación de cargas y condiciones de contorno al modelo mallado
3. Resolución del análisis y postproceso de los resultados obtenidos

El análisis realizado para cada uno de los modelos es un **análisis estructural estático**, en el que se ha considerado el efecto de cargas mecánicas (peso propio del cuadro, peso del ciclista), con el objetivo de determinar el estado tensional del modelo de cálculo.

Una vez finalizados los cálculos estáticos, se procede a la optimización topológica. Para ello, se han utilizado los resultados de los análisis estáticos como configuración inicial en el módulo de optimización estructural. Posteriormente, se han implementado distintos métodos de optimización sobre el cuadro de bicicleta y se han comparado las soluciones obtenidas para seleccionar el modelo final.

Por último, los valores de tensiones obtenidos en el modelo optimizado se han empleado para la comprobación de distintos modos de fallo definidos según código.

- **Fase 3:** Criterios de diseño

- Evaluación de resultados de tensiones

A partir de los resultados de los cálculos anteriores, se ha llevado a cabo el postproceso de los resultados aplicando la normativa correspondiente en función del modo de fallo.

Se han considerado los siguientes modos de fallo:

- Fallo por colapso plástico (**EN 485-2:2017. “Aluminio y aleaciones de aluminio. Chapas, bandas y planchas. Características mecánicas”**)
- Fallo por fatiga (**EN 1999 Eurocódigo 9 “Diseño de estructuras de aluminio”**)

5. NORMATIVA APLICABLE

En el diseño del cuadro de bicicleta desarrollado en el presente trabajo se ha tenido en cuenta la normativa aplicable a este tipo de estructuras, siendo la principal norma de aplicación la **ISO 4210-2:2015** [26]. Los principales aspectos que abarca esta norma son:

1. Alcance

La normativa establece las especificaciones de seguridad aplicables para todo tipo de bicicletas, ya sean de paseo, de montaña o de competición.

2. Requisitos de seguridad

Se describen requisitos como resistencia del cuadro, durabilidad de las ruedas, los frenos, los sistemas de dirección y transmisión. Se especifican los criterios de los materiales y el diseño necesarios para que la bicicleta sea segura para el usuario en condiciones de funcionamiento estándar.

3. Métodos de ensayo

La norma proporciona los procedimientos para realizar ensayos en las bicicletas, incluidos ensayos de fatiga, ensayos de resistencia frente impactos, pruebas de frenado y estabilidad. Estas pruebas están diseñadas para simular las condiciones reales bajo las cuales se puede utilizar una bicicleta, con el objetivo de cumplir con los estándares de seguridad exigidos.

Ya que en la norma **ISO 4210-2:2015** únicamente se hace referencia a los ensayos de fatiga y a los procedimientos para llevar a cabo dichos ensayos, el cálculo de la vida útil del cuadro se ha realizado según las prescripciones de la norma **EN 1999 “Diseño de estructuras de Aluminio”** [27].

Se ha hecho uso de la curva S-N del aluminio 6061 T6 obtenida de dicha norma, la cual es mostrada en la Figura 22. Se ha estimado el número de ciclos de trabajo durante la vida útil de la bicicleta y se ha comparado este valor con el obtenido al aplicar la siguiente relación sacada de la norma:

$$N_i = 2 * 10^6 \left(\frac{\Delta\sigma_c}{\Delta\sigma_i} \frac{1}{\gamma_{Ff} \gamma_{Mf}} \right)^{m_1}$$

Ecuación 24. Relación curvas S-N [27]

Este número de ciclos N_i se ha calculado a partir de otros parámetros cuyo valor viene establecido en la norma **EN 1999.1.3.**, así como a partir de resultados experimentales obtenidos de los modelos de cálculo.

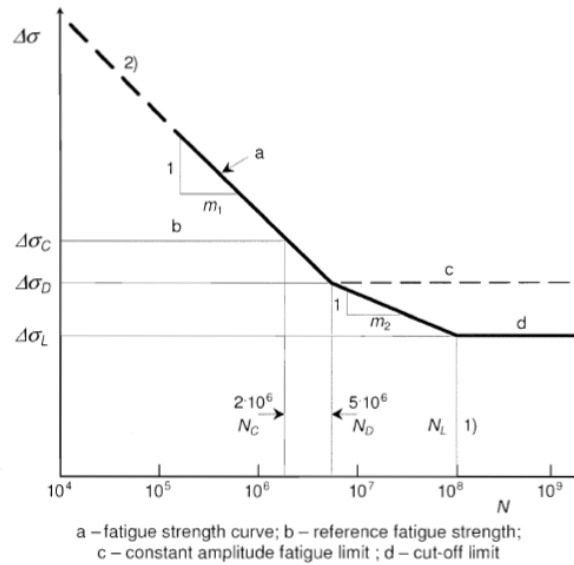

 Figure 6.1 —Fatigue strength curve $\log \Delta \sigma$ - $\log N$

Figura 22. Curva S-N del aluminio 6061 T6 [27]

Para el fallo por colapso plástico, se han comparado las tensiones máximas del modelo final con el valor del límite elástico del aluminio 6061 T6, que viene indicado en la norma **EN 485-2:2017. “Aluminio y aleaciones de aluminio. Chapas, bandas y planchas. Características mecánicas”** [28].

6. MODELO GEOMÉTRICO

6.1. Descripción del modelo geométrico

El cuadro de bicicleta de tipo diamante que se ha modelado corresponde a una bicicleta de paseo, cuya geometría depende de la talla del usuario. En la Figura 23 se muestra la geometría del cuadro, así como las principales dimensiones en función de la altura del ciclista [29]:

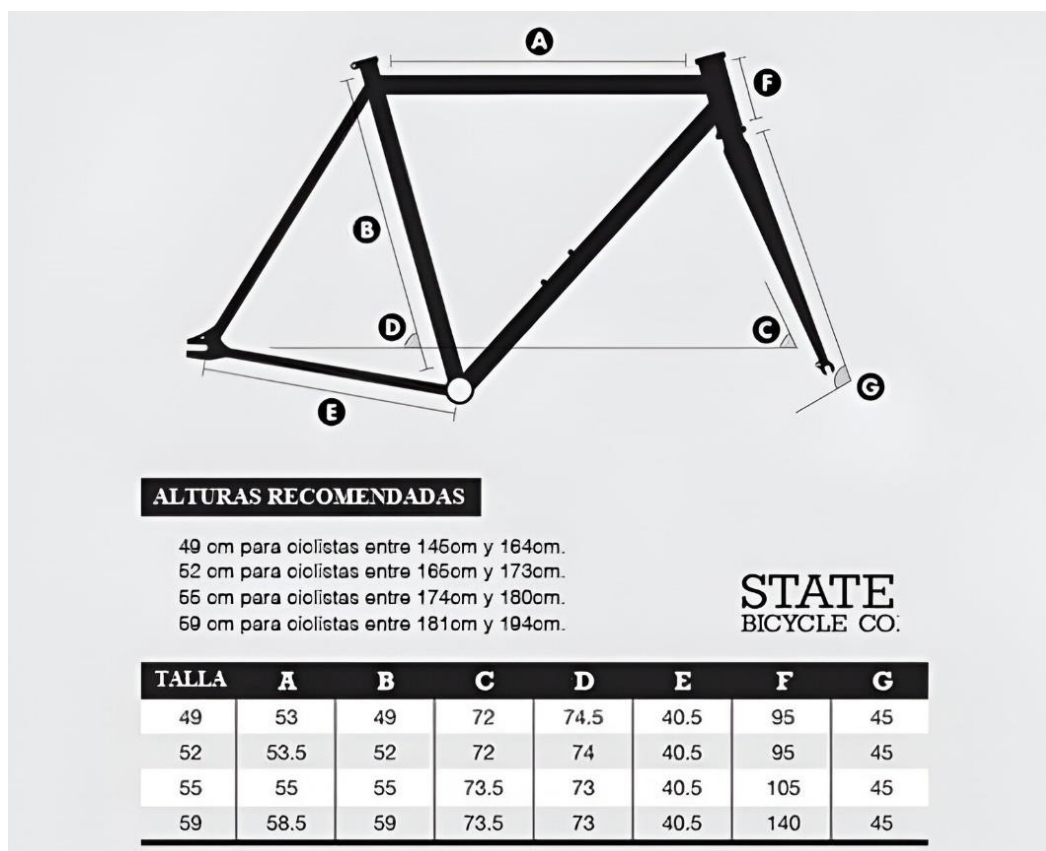


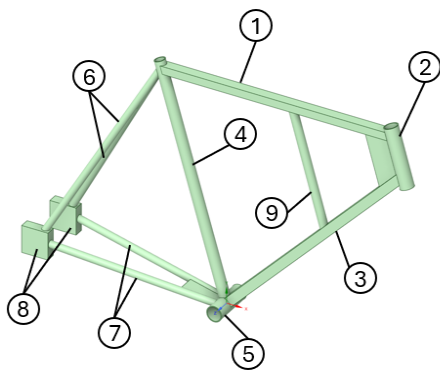
Figura 23. Croquis cuadro de bicicleta [29]

En este trabajo, se ha tomado como referencia una persona de 1,85 m de altura y 80 kg de peso. Para estas medidas de usuario, la talla correspondida es la 59. Las principales dimensiones del cuadro para esta talla se encuentran resumidas en la siguiente tabla:

Componente	Valor	Unidades
Longitud tubo superior (A)	585	mm
Longitud tubo del sillín (B)	590	mm
Ángulo tubo de dirección con el suelo (C)	73,5	°
Ángulo tubo del sillín con el suelo (D)	73	°
Longitud vainas inferiores (E)	405	mm
Longitud tubo de dirección (F)	140	mm

Tabla 1. Valor de las principales dimensiones del cuadro de bicicleta

En la Figura 24 se muestra en detalle el modelo 3D, así como un esquema donde se muestran las principales dimensiones del cuadro.



Componente	Descripción	Dimensiones (mm)	Material
1	Tubo superior	$b = 26 \times h = 20 \times 2 \text{ mm thk} \times L = 585$	AL6061
2	Tubo de dirección	$\Phi 36 \times 2 \text{ mm thk} \times L = 140$	AL6061
3	Tubo inferior	$b = 30 \times h = 24 \times 2 \text{ mm thk} \times L = 645$	AL6061
4	Tubo del sillín	$\Phi 28 \times 2 \text{ mm thk} \times L = 590$	AL6061
5	Tubo del pedalier	$\Phi 40 \times 2 \text{ mm thk} \times L = 150$	AL6061
6	Tirantes superiores	$\Phi 18 \times 2 \text{ mm thk} \times L = 540$	AL6061
7	Vainas inferiores	$\Phi 18 \times 2 \text{ mm thk} \times L = 405$	AL6061
8	Cartelas traseras	$b = 25 \times h = 70 \times L = 70$	AL6061
9	Tubo de refuerzo	$\Phi 22 \times 2 \text{ mm thk} \times L = 300$	AL6061

Figura 24. Esquema de las dimensiones de los componentes del cuadro

En los tubos de sección rectangular superior (1) e inferior (3), se ha considerado un espesor constante, tal y como se muestra en la Figura 25:

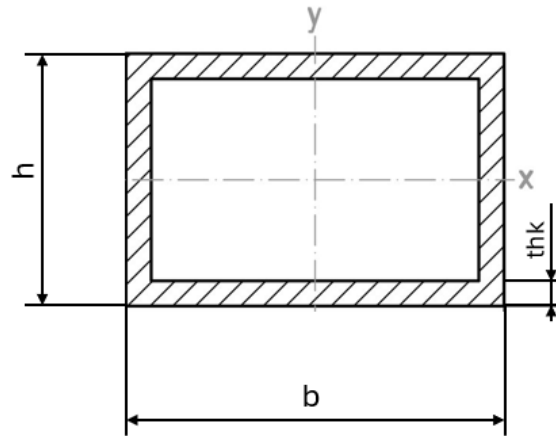


Figura 25. Dimensiones de sección rectangular

- **b** Ancho del rectángulo exterior
- **h** Alto del rectángulo exterior
- **thk** Espesor

A continuación, se presentan diferentes vistas del modelo geométrico del cuadro de bicicleta para facilitar su visualización.

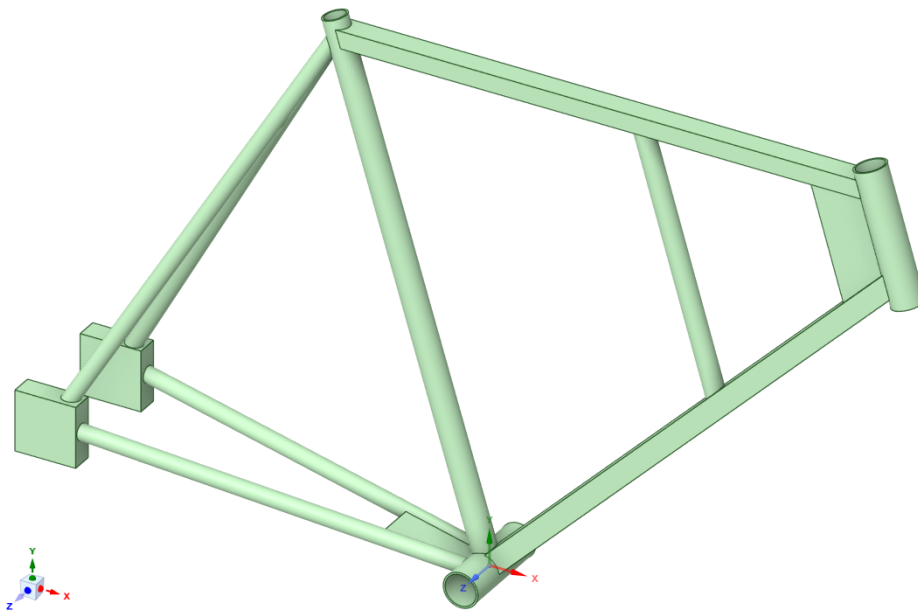


Figura 26. Vista isométrica del modelo sólido

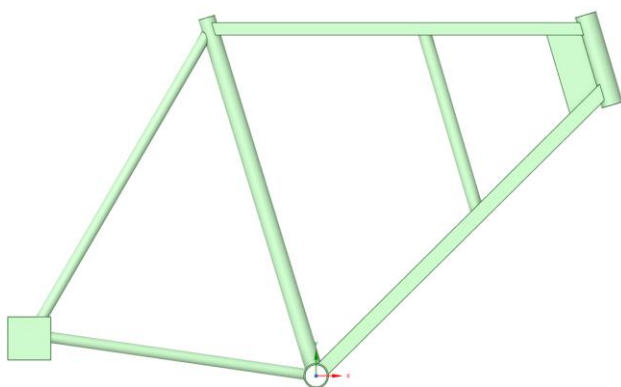


Figura 27. Vista en alzado del modelo sólido

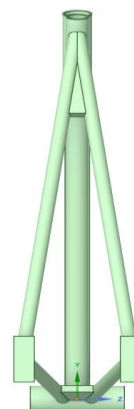


Figura 28. Perfil izquierdo del modelo sólido

6.2. Material

Teniendo en cuenta que el cuadro objeto de estudio es característico de una bicicleta de paseo, se ha considerado el aluminio como material de fabricación, en particular se ha asumido una aleación de aluminio 6061 T6.

Dentro de las aleaciones de aluminio, las dos aleaciones más empleadas en la fabricación de bicicletas son la Al 6061 y la Al 7075. A nivel de composición, se diferencian en los aleantes y las cantidades de estos. En cuanto a propiedades mecánicas, el Al 7075 proporciona mayor resistencia y dureza, pero presenta el inconveniente de ser difícil de mecanizar y soldar. Dado que los componentes del cuadro de bicicleta van soldados entre sí, se ha decidido descartar el Al 7075 como material de fabricación para el marco. [30]

En la Tabla 2 se resumen las propiedades mecánicas del aluminio 6061 T6 a temperatura ambiente, las cuales han sido obtenidas del módulo de *ANSYS Granta*.

Propiedades mecánicas	Valor	Unidades
Módulo de Young	69040	MPa
Límite elástico	259,20	MPa
Tensión de rotura	313,10	MPa
Densidad	2713	Kg / m ³
Coefficiente de Poisson	0,33	--

Tabla 2. Propiedades mecánicas del aluminio 6061 T6 (*ANSYS Granta*)

7. MODELOS DE CÁLCULO

7.1. Modelo de Vigas

Con el objetivo de conocer el comportamiento a nivel estructural del cuadro de bicicleta, se ha desarrollado un modelo de vigas simplificado, para poder identificar las zonas más críticas y verificar que el estado tensional de la geometría seleccionada es inferior a la tensión considerada como admisible.

7.1.1. Modelo de cálculo

El modelo de cálculo ha sido generado a partir de la geometría del cuadro descrita en el **apartado 6**. Las simplificaciones implementadas son las listadas a continuación, y se pueden observar en la Figura 29:

1. Eliminación de las cartelas traseras
2. Eliminación del tubo de dirección y del tubo del pedalier
3. Simplificación de los refuerzos prismáticos delanteros y traseros



Figura 29. Vista isométrica del modelo de vigas

7.1.2. Mallado

Se han empleado elementos tipo *Beam* 188 con un tamaño de malla uniforme de 20 mm. Teniendo en cuenta que se trata de un modelo simplificado con una geometría sencilla, no se ha considerado necesario un estudio de sensibilidad de malla. En la Figura 30, se muestra en detalle el modelo de cálculo ya mallado. El número elementos y nodos para este tamaño de elemento se indican en la siguiente tabla:

Nº Nodos	Nº Elementos
466	236

Tabla 3. Número de nodos y elementos en el modelo de vigas

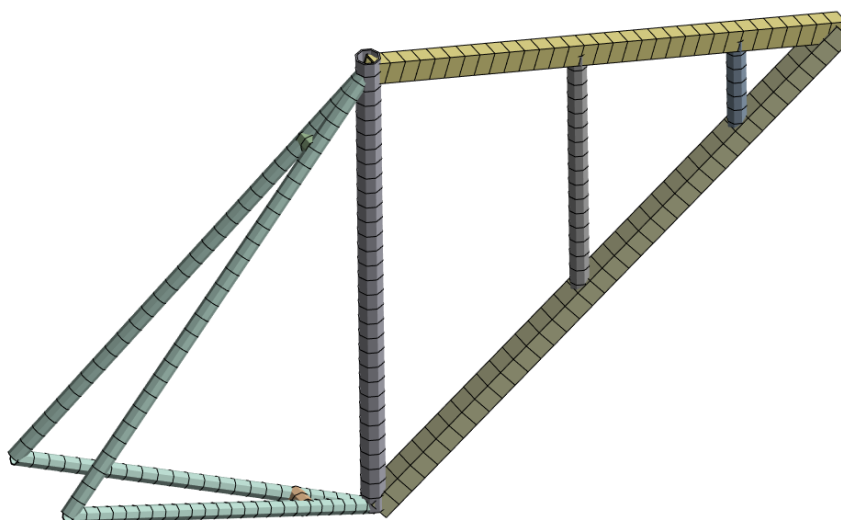


Figura 30. Mallado del modelo de vigas

7.1.3. Acciones y condiciones de contorno

Se han impuesto como acciones en el modelo de cálculo el peso propio del cuadro de la bicicleta, considerando la acción de la gravedad, y el peso del ciclista, el cual se ha simulado implementando una fuerza vertical F_y de valor igual al del peso ciclista asumiendo una masa de 80 kg, tal y como se muestra a continuación:

$$F_y = 80 \text{ kg} * 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \rightarrow F_y = 784 \text{ N}$$

Ecuación 25. Fuerza puntual en el tubo del sillín

Esta fuerza puntual ha sido aplicada en el tubo del sillín, tal y como se representa en la Figura 31.

7. MODELOS DE CÁLCULO

Como condiciones de contorno, y teniendo en cuenta los componentes de la bicicleta a los que está unido el cuadro, se han restringido los desplazamientos y los giros en las tres direcciones del espacio tanto en las intersecciones de los tirantes superiores y vainas inferiores, como en el punto donde intersecan el tubo superior e inferior.

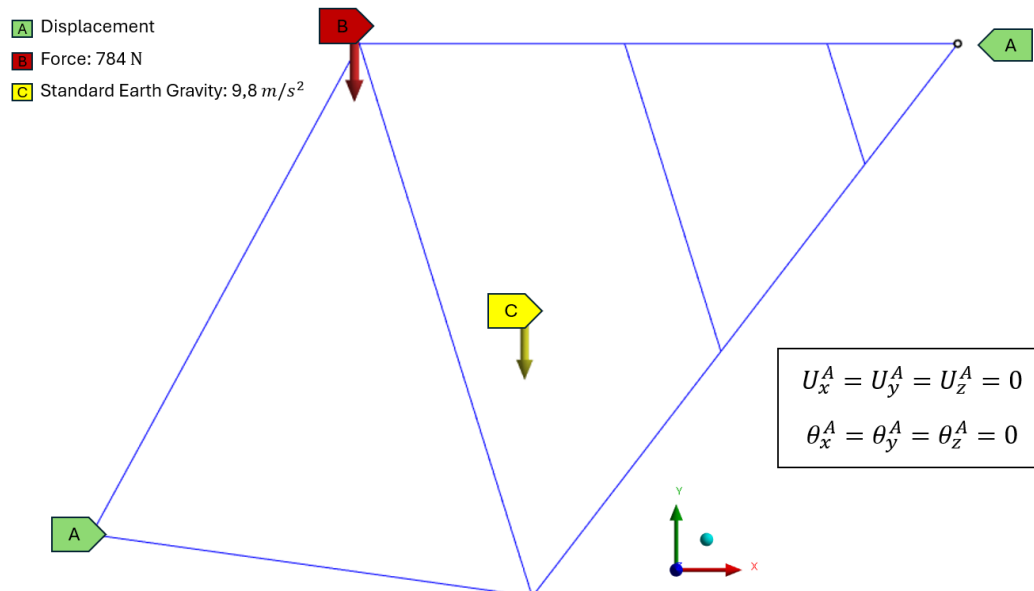


Figura 31. Acciones y condiciones de contorno del modelo de vigas

7.1.4. Análisis y resultados

Se ha realizado un análisis estructural estático para determinar el campo desplazamientos y tensiones del cuadro de bicicleta bajo las acciones impuestas. Los resultados de desplazamientos se muestran en las siguientes imágenes. Se observa cómo el mayor desplazamiento, de valor 0,63 mm, se obtiene en los tirantes superiores.

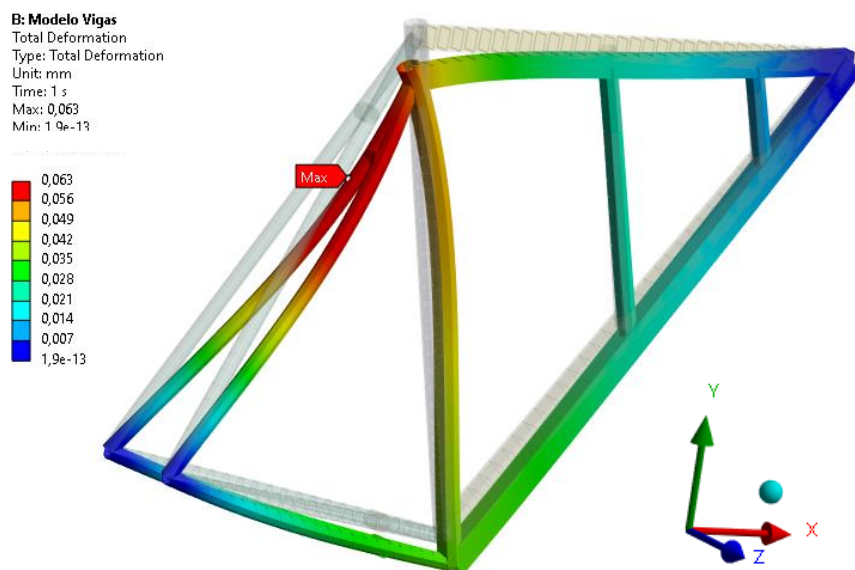


Figura 32. Desplazamiento total en el modelo de vigas (mm)

A continuación, se presentan los resultados de los desplazamientos direccionales, es decir, en la dirección de los ejes coordenados x, y, z, respectivamente.

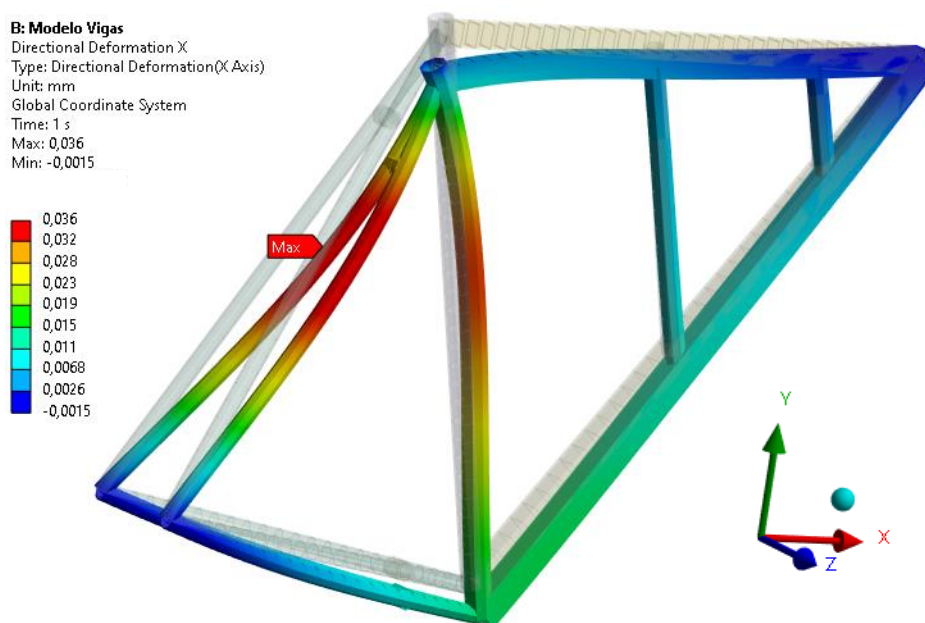


Figura 33. Desplazamiento eje 'x' en el modelo de vigas (mm)

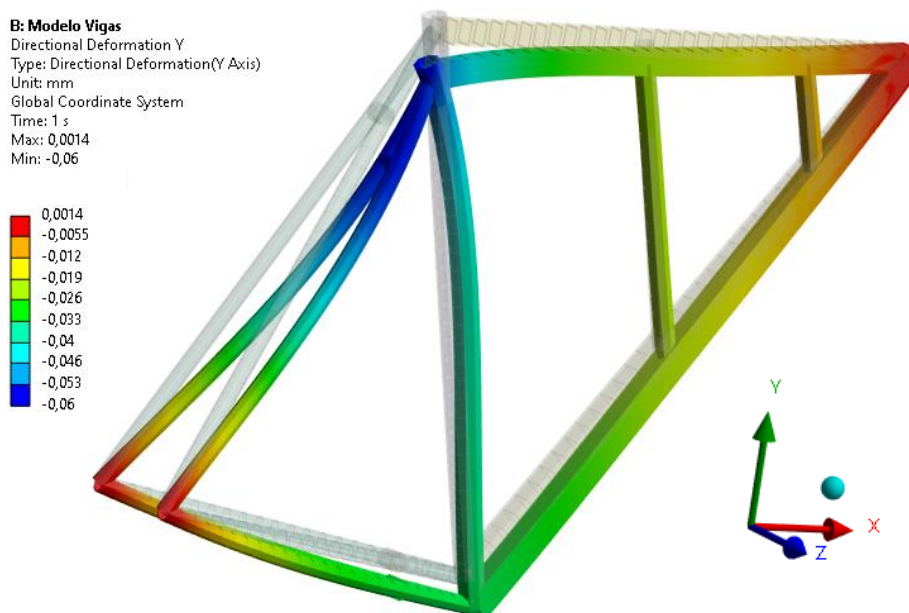


Figura 34. Desplazamiento eje 'y' en el modelo de vigas (mm)

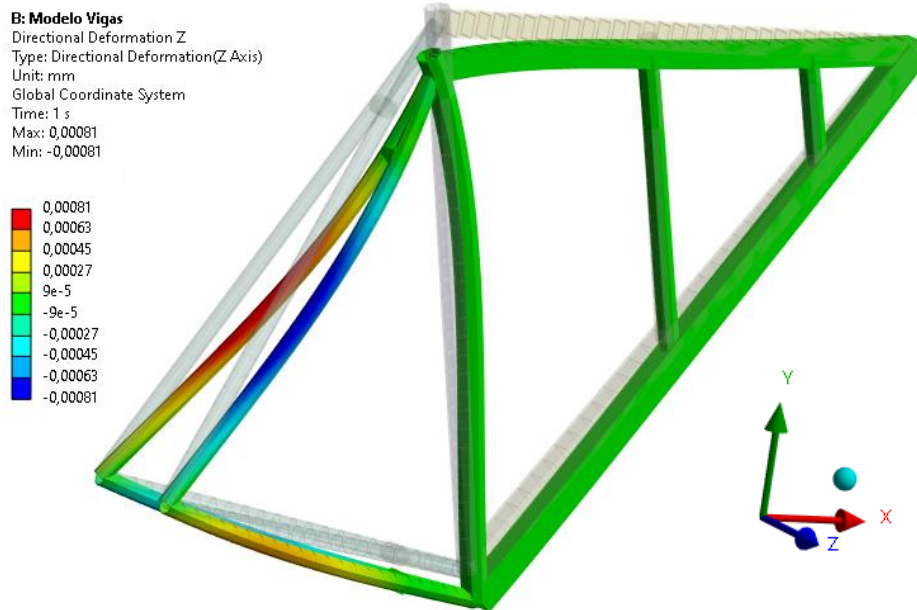


Figura 35. Desplazamiento eje 'z' en el modelo de vigas (mm)

Las tensiones de Von Mises se muestran en la Figura 36, obteniéndose una tensión máxima de 8,55 MPa en la zona del sillín que corresponde a la zona de implementación del peso del ciclista. Por otro lado, se ve como las zonas menos cargadas son los refuerzos verticales coloreados de azul oscuro, por lo que se anticipa que estas barras serán susceptibles de una posible optimización.

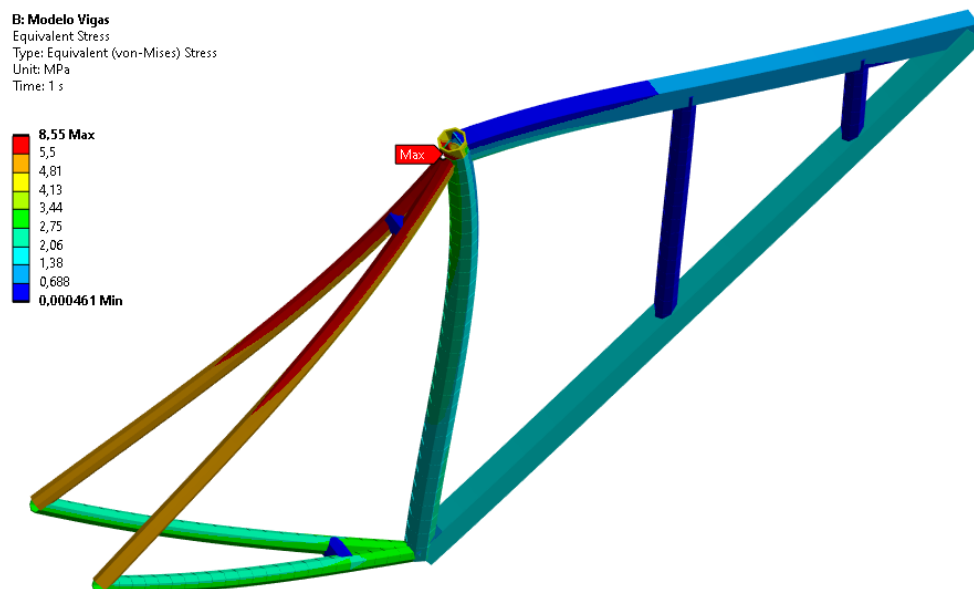


Figura 36. Tensiones de Von Mises en el modelo de vigas (MPa)

De cara a verificar la validez del modelo de cálculo, se ha verificado que la suma de reacciones en los apoyos es igual a las cargas impuestas en el modelo de cálculo:

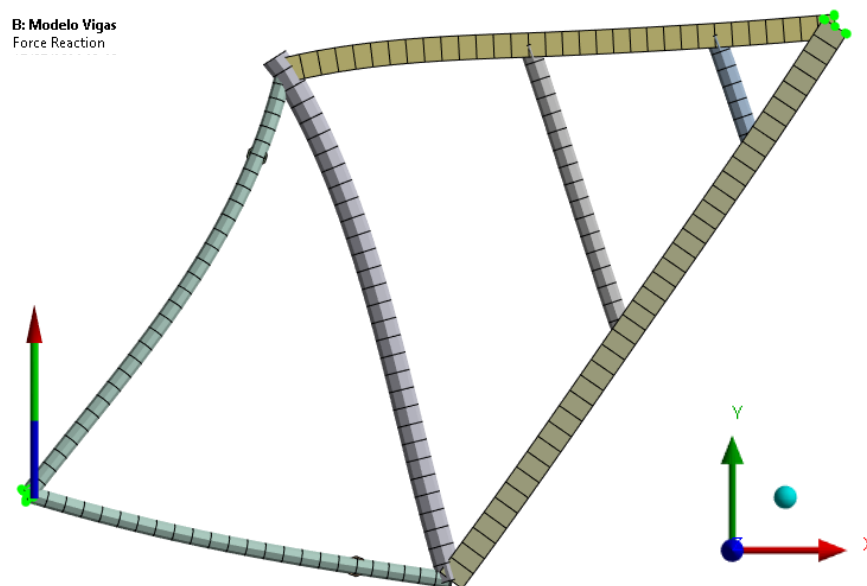


Figura 37. Reacción en los apoyos del modelo de vigas

Tabular Data				
Time [s]	Force Reaction (X) [N]	Force Reaction (Y) [N]	Force Reaction (Z) [N]	Force Reaction (Total) [N]
1 1.	1,1265e-010	797,7	-8,8177e-012	797,7

Tabla 4. Valor de la reacción en los apoyos del modelo de vigas

Teniendo en cuenta que el peso del cuadro en el modelo simplificado es de 1.39 kg y que la carga vertical simulando el peso del ciclista es de 784 N, la carga vertical total en el modelo de cálculo es de 797,7 N. Por lo tanto, se verifica que la reacción es igual a la acción.

7.2. Modelo Sólido

7.2.1. Modelo de cálculo

La geometría para este modelo es la indicada en el **apartado 6** de este documento.

7.2.2. Mallado

A continuación, se muestra el modelo de cálculo con la malla definitiva seleccionada:



Figura 38. Mallado tetraédrico del modelo sólido

Debido a que hay elementos de muy poco espesor, se ha optado por un mallado tetraédrico que se adapta mejor a geometrías con secciones delgadas. Al algoritmo empleado para el mallado tetraédrico se le conoce como *Patch Conforming Method*. Esta técnica de mallado consiste en generar una malla que se adapta a las superficies del cuerpo, comenzando el proceso de mallado desde el exterior de la geometría y avanzando hacia el interior. De esta manera, se garantiza la conservación de la forma exterior del cuerpo, lo que es esencial para determinar correctamente la distribución de desplazamientos y tensiones en el modelo.

Se ha llevado a cabo un análisis de sensibilidad de malla con el fin de asegurar la convergencia y estabilidad de los resultados. Para ello, se ha disminuido el tamaño de elemento de forma progresiva hasta que los resultados han convergido a un valor, o hasta que la variación de estos ha sido suficientemente pequeña.

A la hora de realizar el análisis, es importante cerciorarse de que los valores que se están analizando se dan siempre en la misma región. A continuación, se muestra el nodo del mallado de color verde en el cual se han analizado los desplazamientos totales y las tensiones.

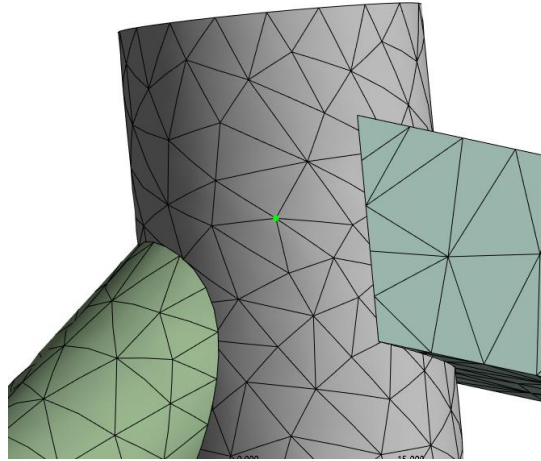


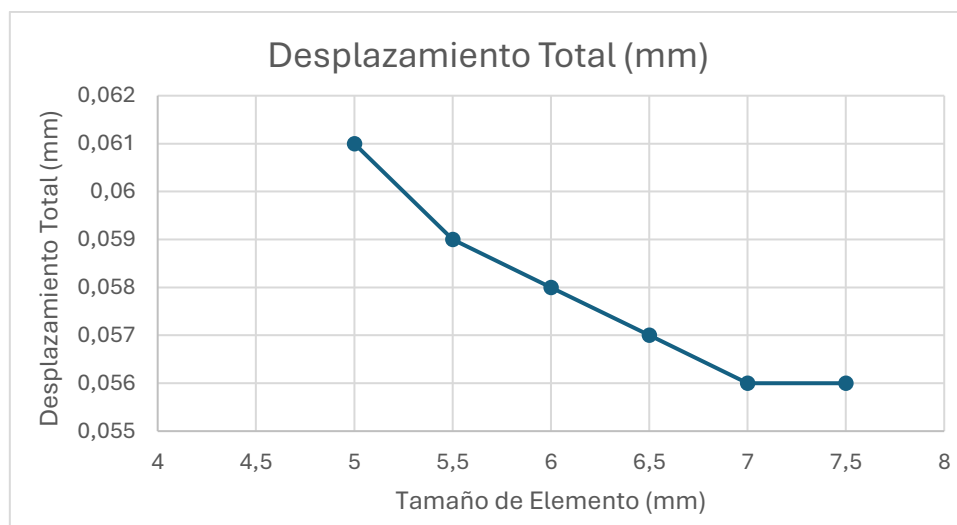
Figura 39. Nudo de referencia para el análisis de sensibilidad de malla

En la siguiente tabla se presentan los resultados obtenidos en función del tamaño de elemento.

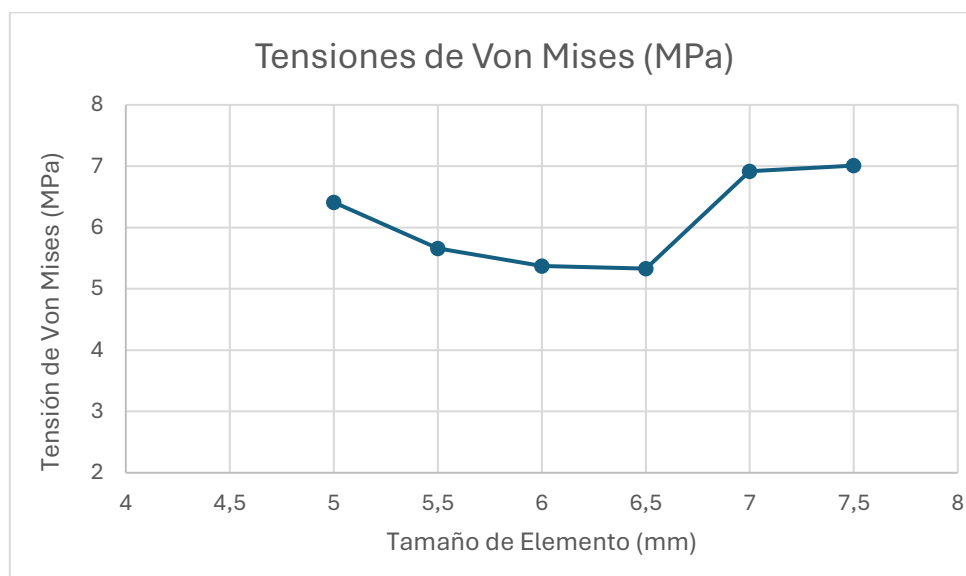
Tamaño de Elemento (mm)	Element Quality	Desplazamiento Total (mm)	Tensión Von Mises (MPa)
7,5	0,37	0,056	7,01
7	0,41	0,056	6,92
6,5	0,45	0,057	5,33
6	0,48	0,058	5,37
5,5	0,50	0,059	5,66
5	0,58	0,061	6,41

Tabla 5. Variación de los resultados en función del tamaño de elemento

A continuación, se grafican los resultados a partir de la tabla anterior:



Gráfica 4. Variación del desplazamiento total en función del tamaño de elemento



Gráfica 5. Variación de la tensión de Von Mises en función del tamaño de elemento

A partir de estas gráficas, se obtiene como conclusión que los valores de los desplazamientos y tensiones de Von Mises no se estabilizan para ningún tamaño de malla. Por ello, debido a la poca calidad del mallado, este modelo no es fiable de cara a representar el comportamiento real del cuadro de bicicleta.

Este problema se ve representado en los valores del parámetro *Element Quality* en la Tabla 9, el cual proporciona una medida de cómo de distorsionados se encuentran los elementos del mallado. Cuanto más próximo sea su valor a 1, menos distorsionados se encontrarán los elementos. En este caso, se puede observar que este parámetro apenas llega a 0,60 con el menor tamaño de elemento posible.

Finalmente, para proceder con el análisis estático, se ha seleccionado un tamaño de elemento arbitrario de 5 mm, teniendo en cuenta que del análisis de sensibilidad de malla anterior no se ha podido tomar una decisión sobre el tamaño de elemento óptimo. El número elementos y nodos para este tamaño de elemento se muestran en la siguiente tabla:

Nº Nodos	Nº Elementos
127.228	63.912

Tabla 6. Número de nodos y elementos en el modelo sólido

7.2.3. Acciones y condiciones de contorno

Las acciones impuestas en el modelo de cálculo vuelven a ser el peso propio del cuadro de la bicicleta, considerando la acción de la gravedad, y el peso del ciclista. Esta última se ha simulado implementando una presión vertical P_y a lo largo del espesor del tubo del sillín. Para calcular su valor, se ha dividido la fuerza aplicada en el modelo de vigas entre la superficie

donde va a ser aplicada. Para ello, primero es necesario calcular la superficie de aplicación sabiendo que se trata de una corona circular cuyo radio exterior mide 14 mm y tiene un espesor de 2 mm.

$$S_{corona} = \pi * (14^2 - 12^2) \rightarrow S_{corona} = 163,36 \text{ mm}^2$$

Ecuación 26. Superficie de corona circular

$$P_y = \frac{784 \text{ N}}{163,36 \text{ mm}^2} \rightarrow P_y = 4,799 \text{ MPa}$$

Ecuación 27. Presión sobre tubo del sillín

En este modelo, se ha optado por situar las condiciones de contorno en dos de las caras de las cartelas traseras y en el extremo inferior del tubo de dirección. Dichas condiciones de contorno siguen restringiendo los desplazamientos y los giros en las tres direcciones del espacio.

En las siguientes figuras, se muestran tanto las acciones aplicadas como las condiciones de contorno del modelo de cálculo.

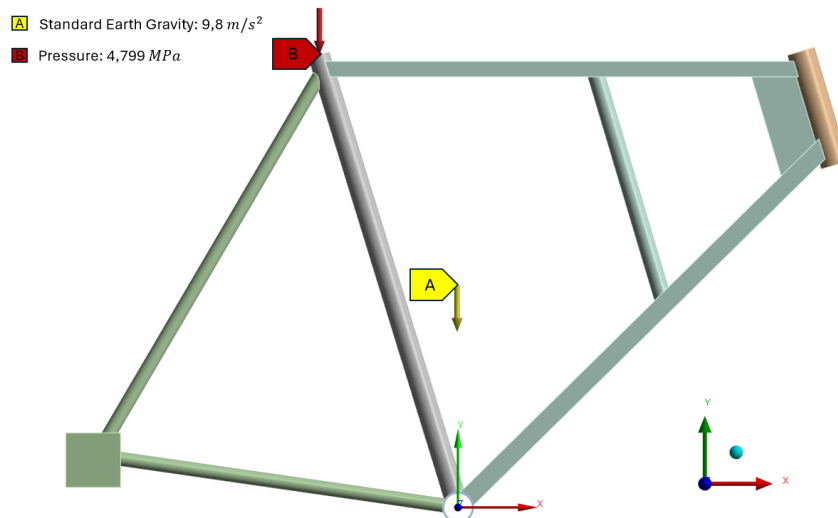


Figura 40. Acciones del modelo sólido

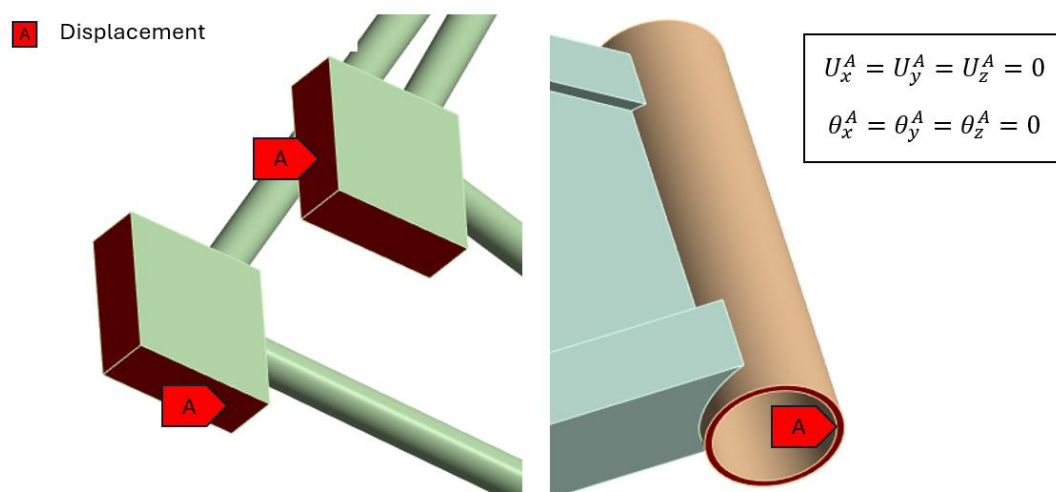


Figura 41. Condiciones de contorno del modelo sólido

7.2.4. Análisis y resultados

Se ha realizado un análisis estructural estático para determinar el campo desplazamientos y tensiones del cuadro de bicicleta bajo las acciones impuestas. Los resultados de los desplazamientos totales se muestran en la siguiente imagen:

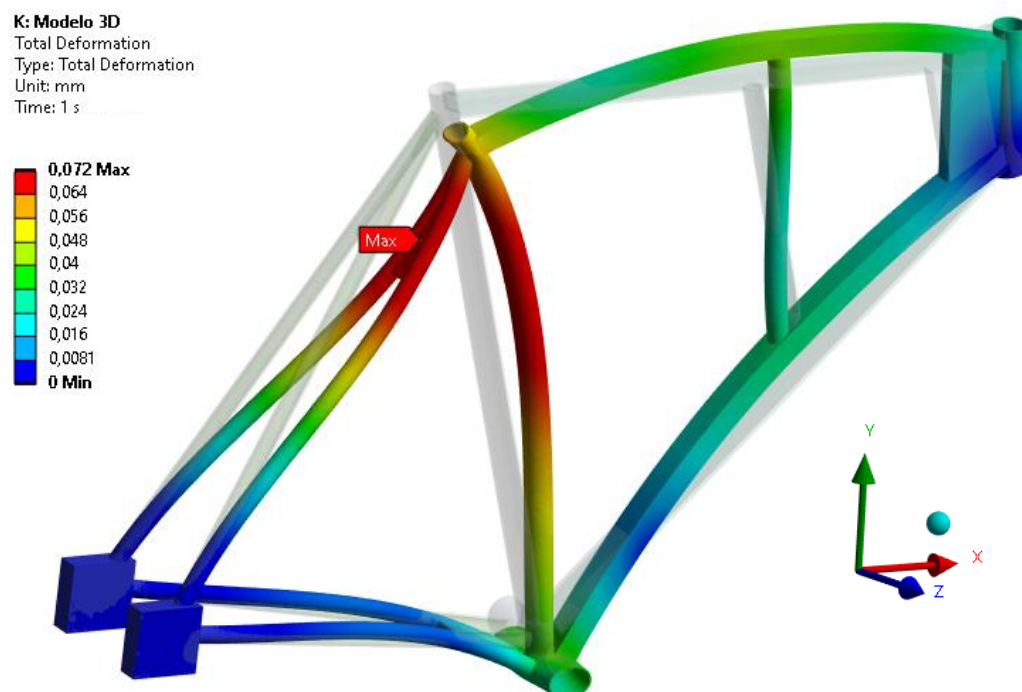


Figura 42. Desplazamientos totales en el modelo sólido (mm)

Los desplazamientos máximos se obtienen de nuevo en los tirantes superiores como en el modelo de vigas y tienen un valor de 0,072 mm.

A continuación, se presentan los resultados de los desplazamientos direccionales:

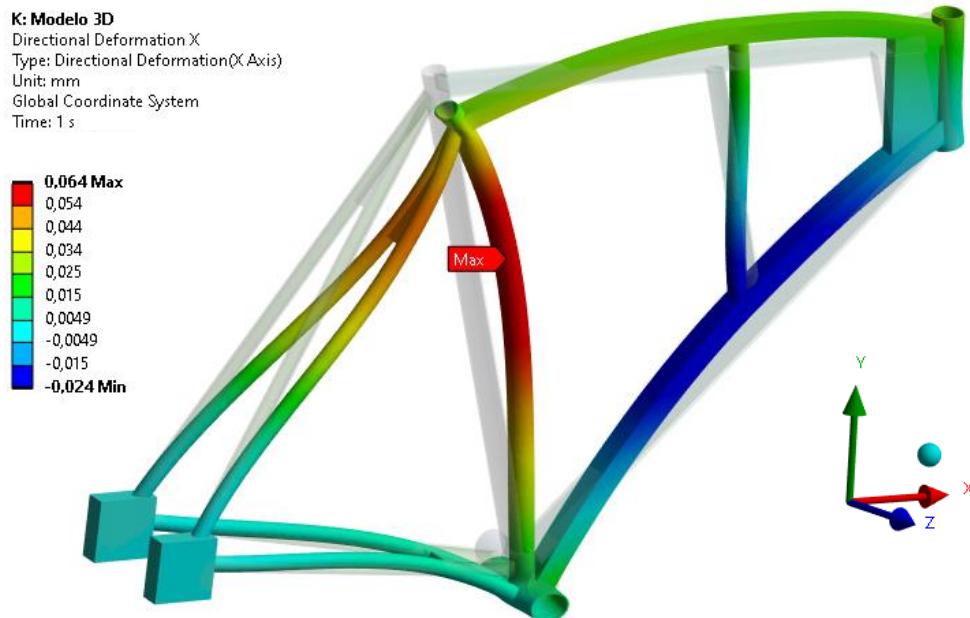


Figura 43. Desplazamiento eje 'x' en el modelo sólido (mm)

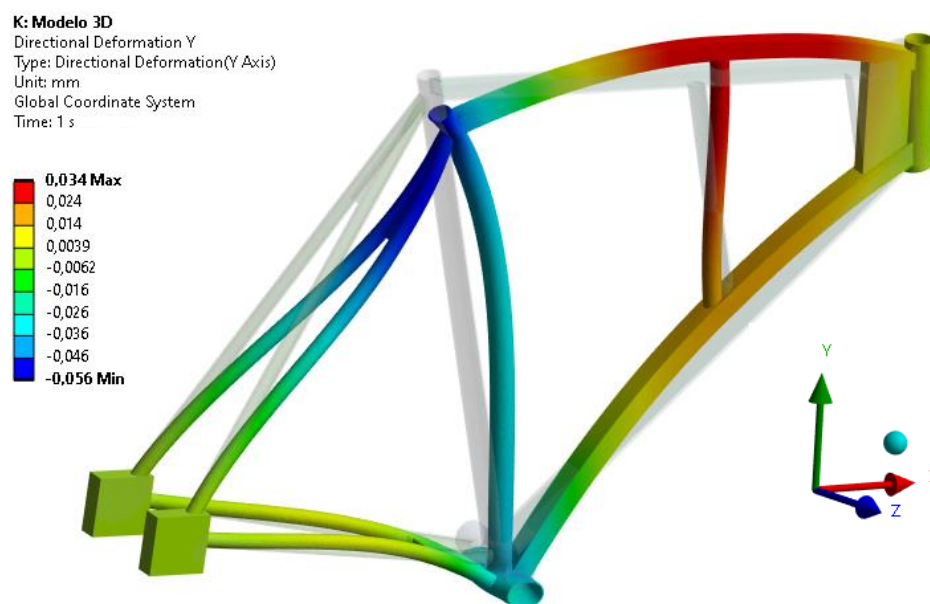


Figura 44. Desplazamiento eje 'y' en el modelo sólido (mm)

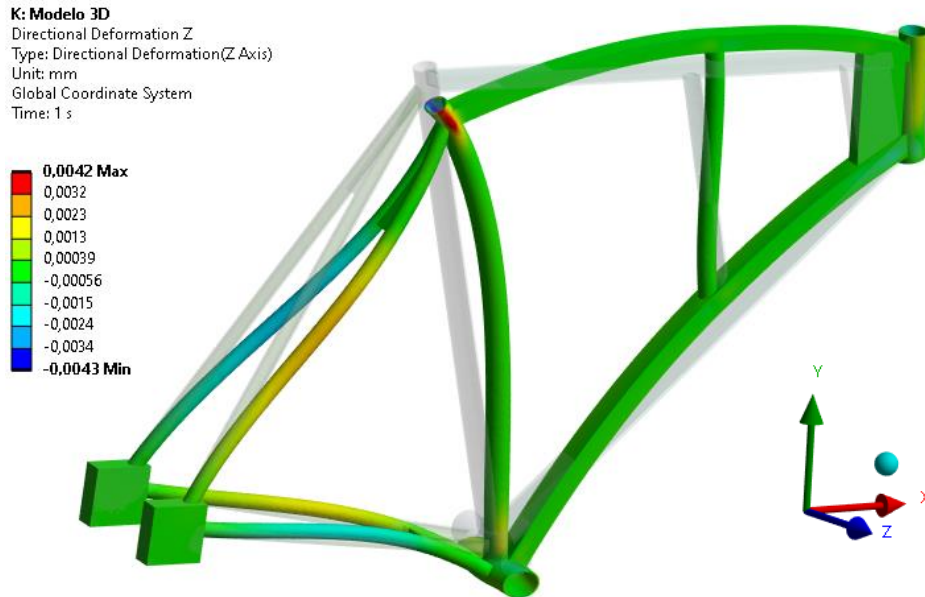


Figura 45. Desplazamiento eje 'z' en el modelo sólido (mm)

El signo negativo de los valores de los desplazamientos direccionales indica que la deformación se ha dado en el sentido negativo del correspondiente eje coordenado, por tanto, lo que determina el valor máximo del desplazamiento, es el valor absoluto de los resultados anteriores.

Las tensiones de Von Mises se muestran en la Figura 46, obteniéndose una tensión máxima de 17,41 MPa en la zona del sillín que corresponde a la zona de implementación del peso del ciclista. Por otro lado, se ve cómo las zonas menos cargadas son los refuerzos verticales coloreados de azul oscuro, así como las cartelas traseras y el tubo superior. Esto es indicativo de que estas regiones serán susceptibles de ser eliminadas en la posterior optimización.

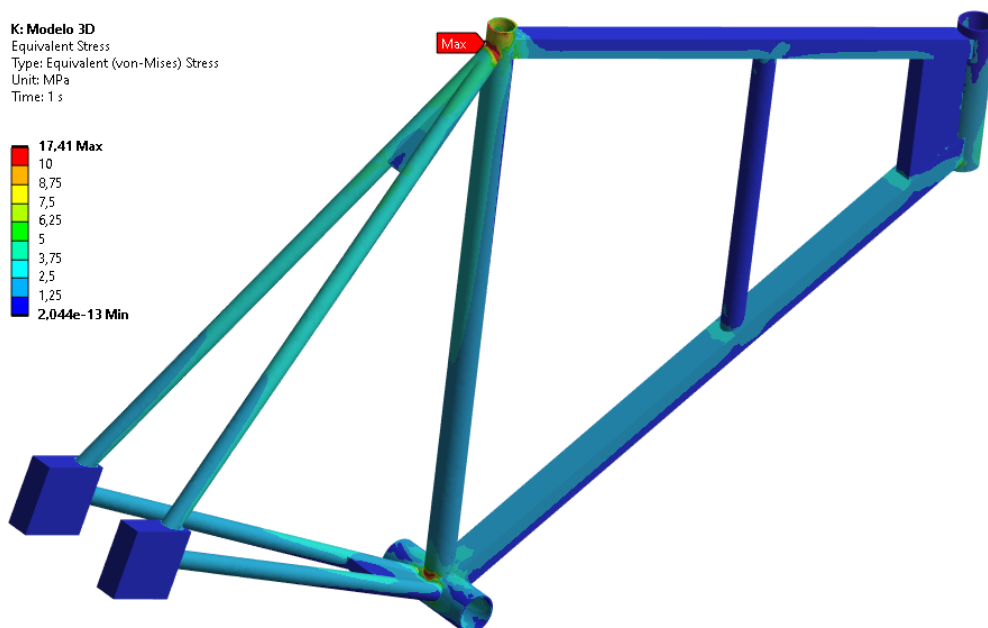


Figura 46. Tensiones de Von Mises en el modelo sólido (MPa)

De cara a verificar la validez del modelo de cálculo, se ha verificado que la suma de reacciones en los apoyos es igual a las cargas impuestas en el modelo de cálculo:

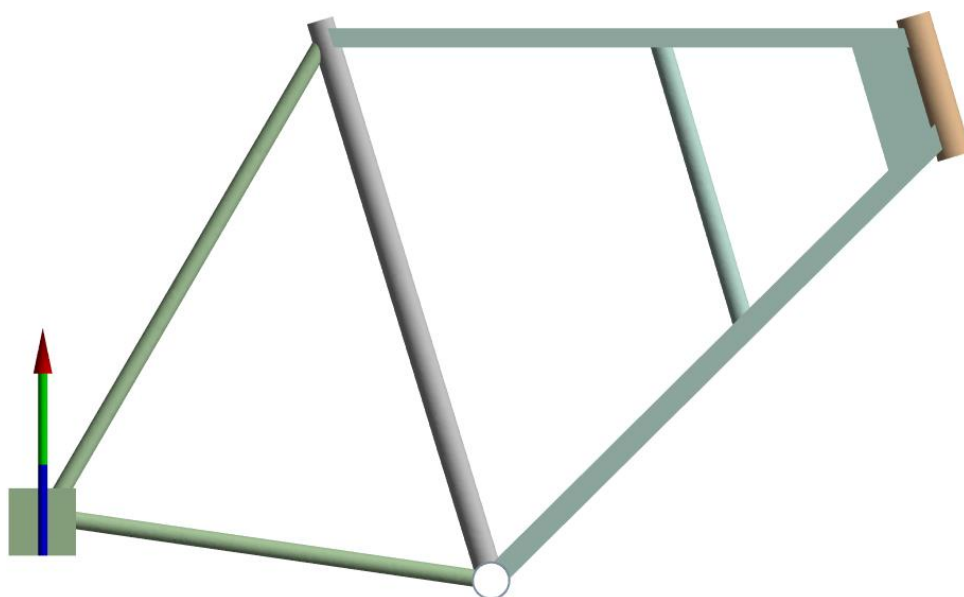


Figura 47. Reacción en los apoyos del modelo sólido

Tabular Data				
Time [s]	☒ Force Reaction (X) [N]	☒ Force Reaction (Y) [N]	☒ Force Reaction (Z) [N]	☒ Force Reaction (Total) [N]
1 1.	5,1081e-008	811,39	1,5003e-008	811,39

Tabla 7. Valor de la reacción en los apoyos del modelo sólido

Teniendo en cuenta que la masa del cuadro en el modelo sólido es de 2,79 kg y que la carga vertical simulando el peso del ciclista como fuerza puntual es de 784 N, la carga vertical total en el modelo de cálculo es de 811,34 N. Por lo tanto, se verifica que la reacción es igual a la acción.

Como conclusión de este modelo, y a la vista de la poca calidad conseguida en el mallado, se deduce que un modelo de láminas puede ser más adecuado para realizar el análisis estático con mayor precisión. Esto se debe a que el espesor de los tubos puede considerarse despreciable respecto a las otras dos dimensiones de estos. Por ello, este modelo únicamente se usará en las comparaciones de las geometrías ya optimizadas estructuralmente.

Los cuerpos lámina tienen una dirección normal determinada. Estos cuerpos poseen una cara superior (la más alejada en la dirección normal positiva) y una cara inferior (la más alejada en la dirección normal negativa). También presentan una superficie media, que dista lo mismo de las caras superior e inferior.

7.3.1. Modelo de cálculo

Para facilitar la intersección de los tirantes superiores y vainas inferiores con las cartelas traseras, se han generado las cartelas a cara media. Además, los refuerzos triangulares traseros y el refuerzo trapezoidal delantero también se han generado a cara media para que se puedan ajustar a las dimensiones de los tubos que conectan. A continuación, se presentan las vistas del modelo de cálculo:

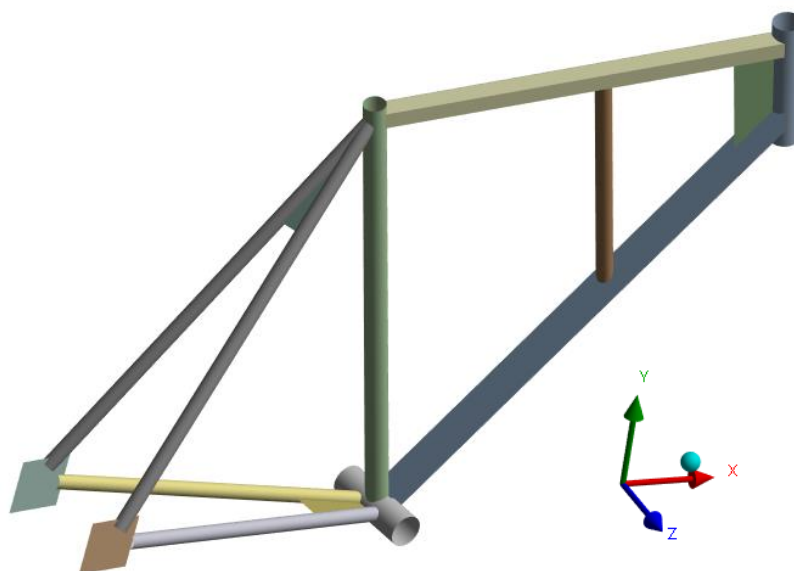


Figura 48. Vista isométrica del modelo de láminas

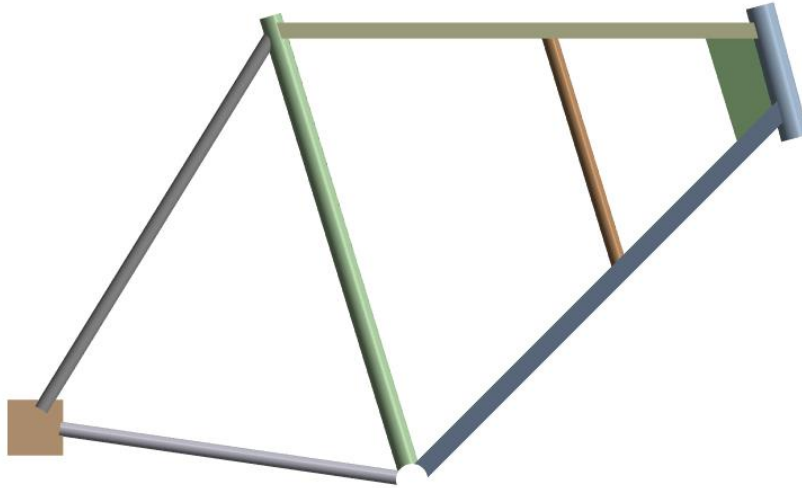


Figura 49. Vista en alzado del modelo de láminas

Los contactos entre los distintos elementos del cuadro son de tipo *Bonded*, es decir, no se permite el movimiento relativo o separación entre las caras o bordes de los componentes. Se puede interpretar la región como si estuviera pegada. Este tipo de contacto garantiza una solución lineal, ya que la longitud o área de contacto no varía durante la aplicación de la carga [31].

7.3.2. Mallado

A continuación, se muestra el modelo de cálculo con la malla:



Figura 50. Mallado cuadrilateral del modelo de láminas

7. MODELOS DE CÁLCULO

En este modelo se han empleado elementos tipo *Shell* 181 y se ha mallado implementando la técnica denominada como *Quadrilateral Dominant*. Como su nombre indica, consiste en emplear elementos cuadrilaterales para generar el mallado de forma libre. Estos cuadriláteros son de orden lineal, es decir, cada elemento contiene 4 nodos situados en las esquinas de este. Para un mismo tamaño de elemento, se ha probado también un mallado con elementos triangulares de orden lineal, con 3 nodos por elemento. En la siguiente tabla se muestran el número de nodos y elementos empleado para cada técnica de mallado, así como el parámetro *Element Quality*:

Tipo de elemento	<i>Element Quality</i>	Nº nodos	Nº elementos
Triangular	0,93	12.041	24.155
Cuadrilateral	0,89	11.548	11.630

Tabla 8. Elementos triangulares vs Elementos cuadrilaterales

En la Tabla 8 se puede observar que el grado de distorsión, a partir del parámetro *Element Quality*, para cualquier tipo de elemento es muy bajo. Los elementos triangulares sufren menos distorsión; no obstante, la diferencia entre el número de elementos empleados hace que la opción más adecuada sea el uso de elementos cuadrilaterales. Esto se debe a que, al emplear aproximadamente la mitad de elementos que con el mallado triangular, el coste computacional se va a ver reducido considerablemente. Este es un factor a tener cuenta, ya que el número de elementos también afectará al coste operacional de los procesos iterativos en la posterior optimización topológica.

Al igual que en el modelo sólido, se ha llevado a cabo un análisis de sensibilidad de malla para garantizar la convergencia de los resultados del análisis estático. Para ello, se ha disminuido el tamaño de elemento de forma progresiva hasta que los resultados han convergido a un valor, o hasta que la variación de estos ha sido suficientemente pequeña.

A la hora de realizar el análisis, es importante cerciorarse de que los valores que se están analizando se dan siempre en la misma región. A continuación, se muestra el nodo de referencia que se va a usar para estudiar los desplazamientos totales y las tensiones.

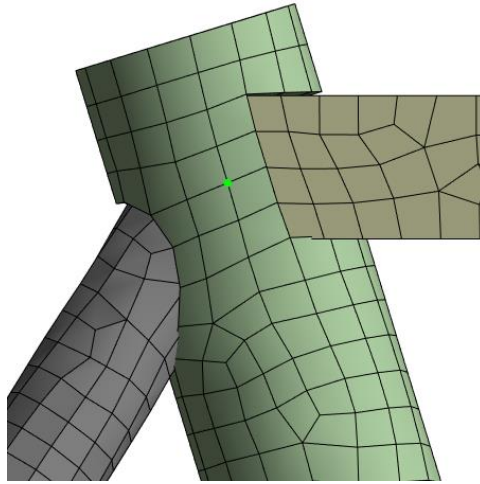


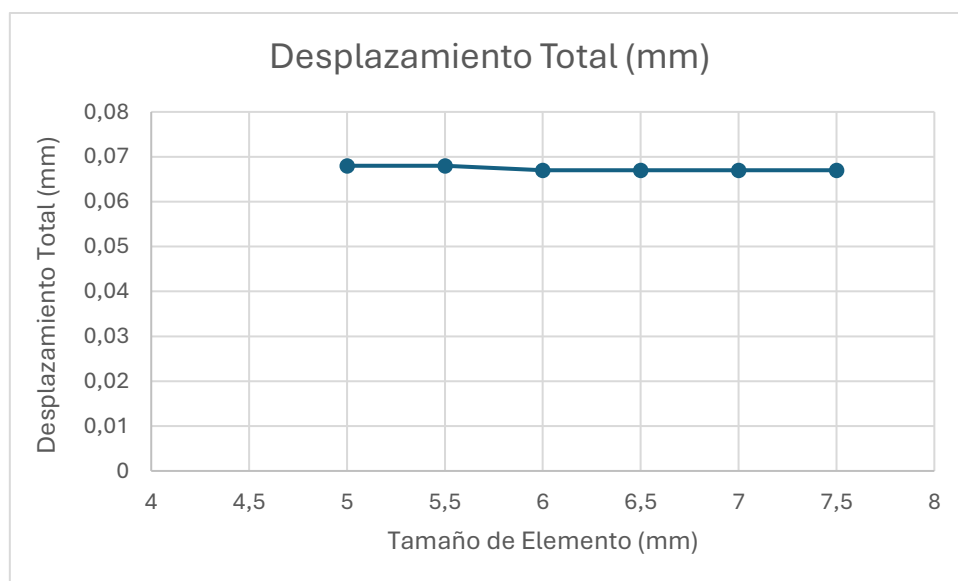
Figura 51. Nodo de referencia para el análisis de sensibilidad de malla

En la siguiente tabla se presentan los resultados obtenidos en función del tamaño de elemento en el nodo escogido como referencia.

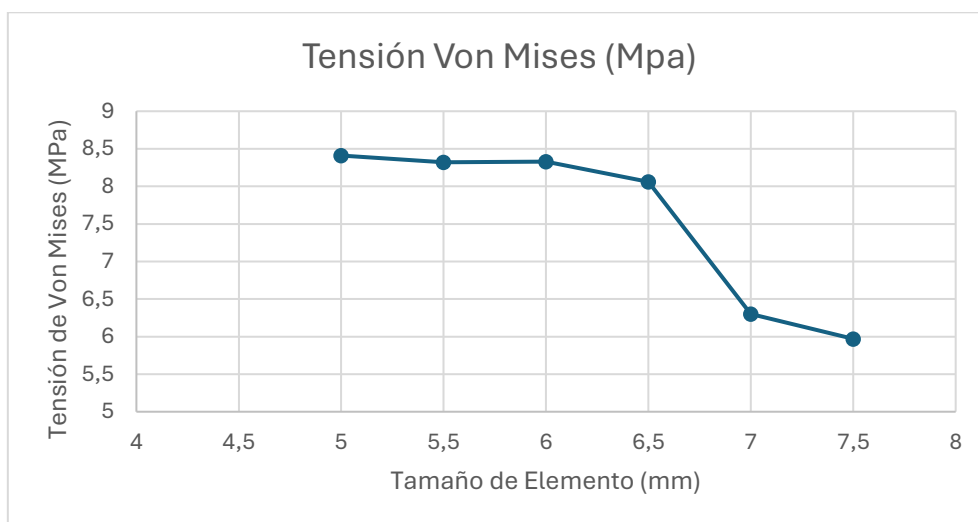
Tamaño de Elemento (mm)	Element Quality	Desplazamiento Total (mm)	Tensión Von Mises (MPa)
7,5	0,87	0,067	5,97
7	0,88	0,067	6,3
6,5	0,87	0,067	8,06
6	0,89	0,067	8,33
5,5	0,91	0,068	8,32
5	0,92	0,068	8,41

Tabla 9. Variación de los resultados en función del tamaño de elemento

A continuación, se grafican los resultados a partir de la tabla anterior:



Gráfica 6. Variación del desplazamiento total en función del tamaño de elemento



Gráfica 7. Variación de la tensión de Von Mises en función del tamaño de elemento

En la Gráfica 6, se observa que el desplazamiento total en el nodo escogido como referencia tiene un valor de 0,067 mm o 0,068 mm para cualquier tamaño de elemento, es decir, que se alcanza la convergencia para los desplazamientos totales.

Además, en la Gráfica 7, se aprecia una estabilización de las tensiones de Von Mises alrededor de un tamaño de malla de 5,5 mm. De ello se interpreta que el mallado óptimo tiene elementos de dicho tamaño.

Por ello, el tamaño de elemento escogido finalmente es de 5,5 mm y el modelo de cálculo mallado se presenta en la Figura 50. Para comprobar si el mallado con este tamaño de elemento es adecuado, se han comparado ciertos parámetros que permiten evaluar la calidad de la malla.

Parámetro	Modelo de Cálculo	Criterio de Validación	Cumple
<i>Element Quality</i>	0,89	$> 0,05$	Ok
<i>Skewness</i>	0,09	$< 0,94$	Ok
<i>Aspect Ratio</i>	1,16	< 100	Ok

Figura 52. Parámetros de calidad de malla

- **Element Quality:**

El indicador de calidad se basa en el grado de distorsión que tiene un elemento y puede variar de 0 a 1. La relación entre su volumen y la longitud de los bordes de los elementos determinan el valor de este parámetro. Un valor de 1 indica que el elemento es un cubo o cuadrado perfecto, mientras que un valor de 0 indica que el elemento tiene un volumen cero o negativo.

- **Skewness:**

Traducido como “asimetría”, determina cómo de cerca está el elemento de ser una lámina (2D) o celda (3D) con todos los lados iguales o todos los ángulos iguales. Si el valor es 0, indica que el elemento es equilátero o equiangular. Si es 1, significa que el elemento está completamente deformado.

- **Aspect Ratio:**

Indica la proporción entre el borde más largo de un elemento y su borde más corto. Para calcular la relación de aspecto de elementos sólidos, se trata cada cara del elemento como un elemento 2D, y se considera la mayor relación de aspecto entre las caras como la relación de aspecto del elemento sólido.

Los requisitos establecidos por los parámetros de calidad de malla se cumplen con holgura en este modelo de cálculo. Estos parámetros han sido determinados a través de ensayos prácticos.

7.3.3. Acciones y condiciones de contorno

Se han impuesto como acciones en el modelo de cálculo el peso propio del cuadro de la bicicleta, considerando la acción de la gravedad, y el peso del ciclista, el cual se ha simulado implementando una presión de línea P'_y de valor igual al del peso ciclista a lo largo de la circunferencia en la que se aplica. Se ha asumido una masa de 80 kg para el ciclista, tal y como se muestra a continuación:

$$L = 2 * \pi * 0,014 \text{ m} \rightarrow L = 0,0879 \text{ m}$$

Ecuación 28. Longitud de la circunferencia

$$P'_y = \frac{80 \text{ Kg} * 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0,0879 \text{ m}} \rightarrow P'_y = 8919,2 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Ecuación 29. Presión de línea

Esta presión de línea ha sido aplicada en el tubo del sillín, como se muestra en la Figura 53:

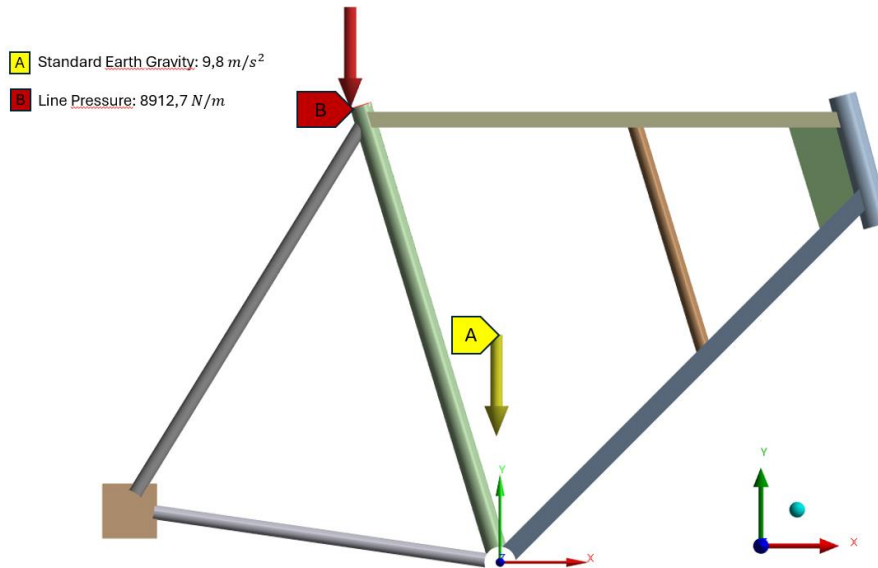


Figura 53. Acciones del modelo de láminas

Como condiciones de contorno, en este modelo se han restringido todos los desplazamientos y giros en las aristas de las cartelas traseras y en el extremo inferior del tubo de dirección. En la siguiente figura se muestran las condiciones de contorno del modelo de cálculo:

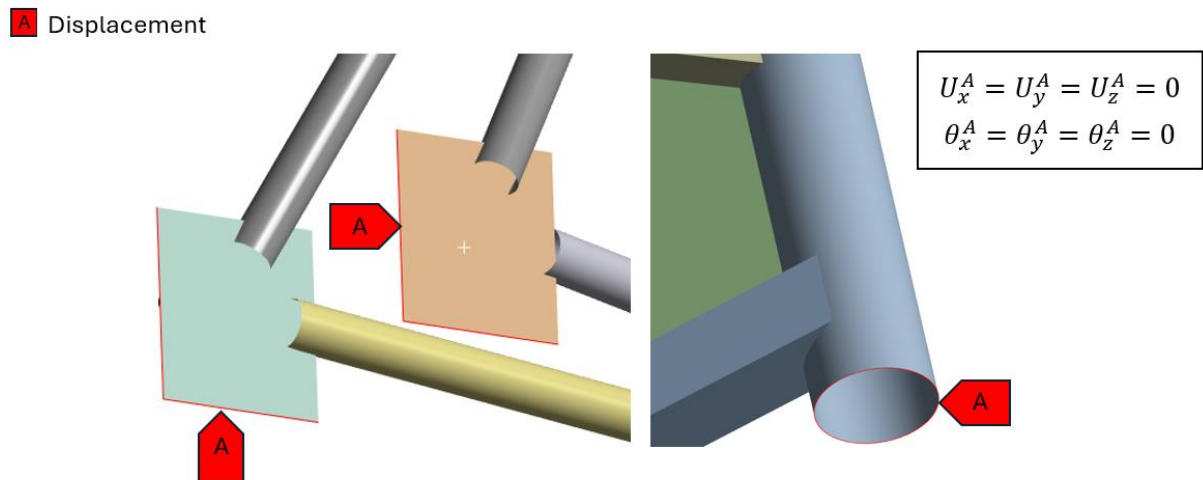


Figura 54. Condiciones de contorno del modelo de láminas

7.3.4. Análisis y resultados

Se ha realizado un análisis estructural estático para determinar el campo de desplazamientos y de tensiones del cuadro de bicicleta bajo las acciones impuestas. Los resultados de los desplazamientos totales se muestran en la siguiente imagen:

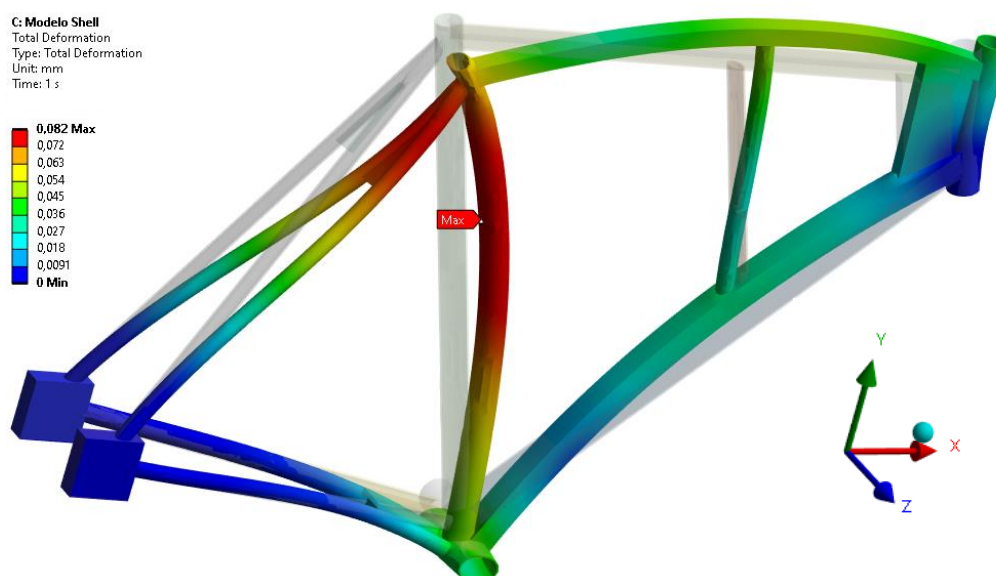


Figura 55. Desplazamientos totales en el modelo de láminas (mm)

Los desplazamientos totales máximos en este caso difieren de los modelos anteriores en el lugar donde se presentan. Se obtienen en el tubo del sillín y tienen un valor de 0,082 mm.

En la siguiente figura se muestra el valor de los desplazamientos en el modelo de láminas en la misma localización donde se obtuvo el valor máximo para el modelo de vigas simplificado:

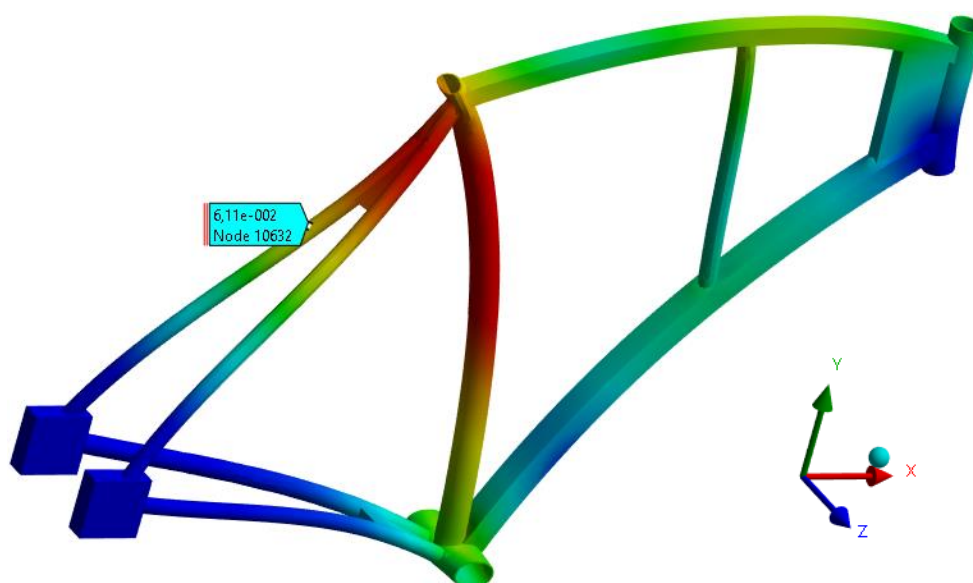


Figura 56. Desplazamiento total en la zona de máximo desplazamiento del modelo de vigas (mm)

Se observa que el valor de los desplazamientos totales en dicho punto es prácticamente el mismo, 0,061 mm en el modelo de láminas mientras que en el modelo de vigas era de 0,063 mm. Esto indica que los valores de los resultados del modelo simplificado se asemejan bastante a los obtenidos por el modelo de detalle.

A continuación, se presentan los resultados de los desplazamientos direccionales en el modelo de láminas:

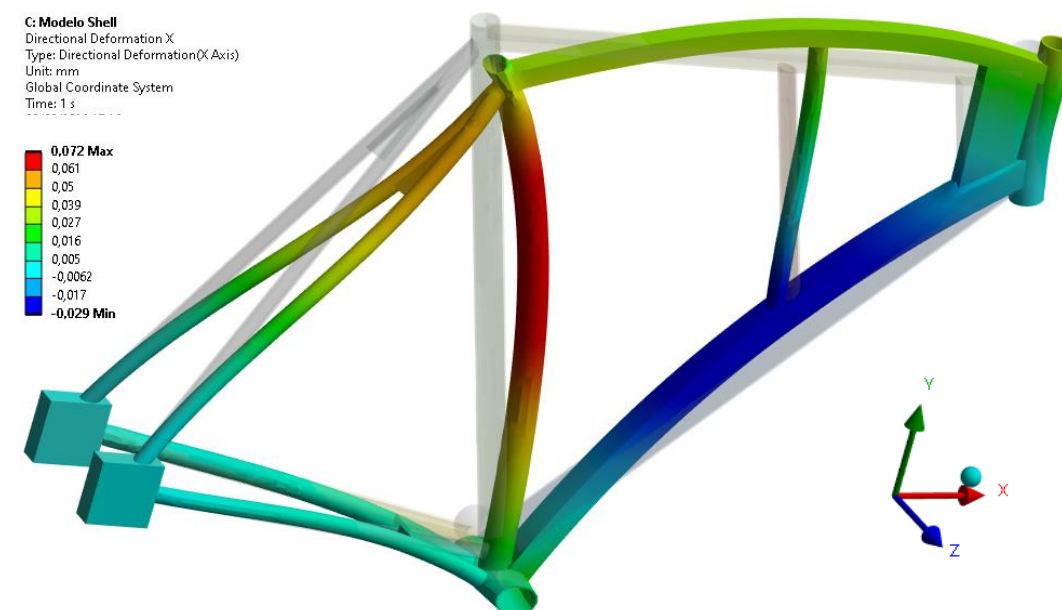


Figura 57. Desplazamiento eje 'x' en el modelo de láminas (mm)

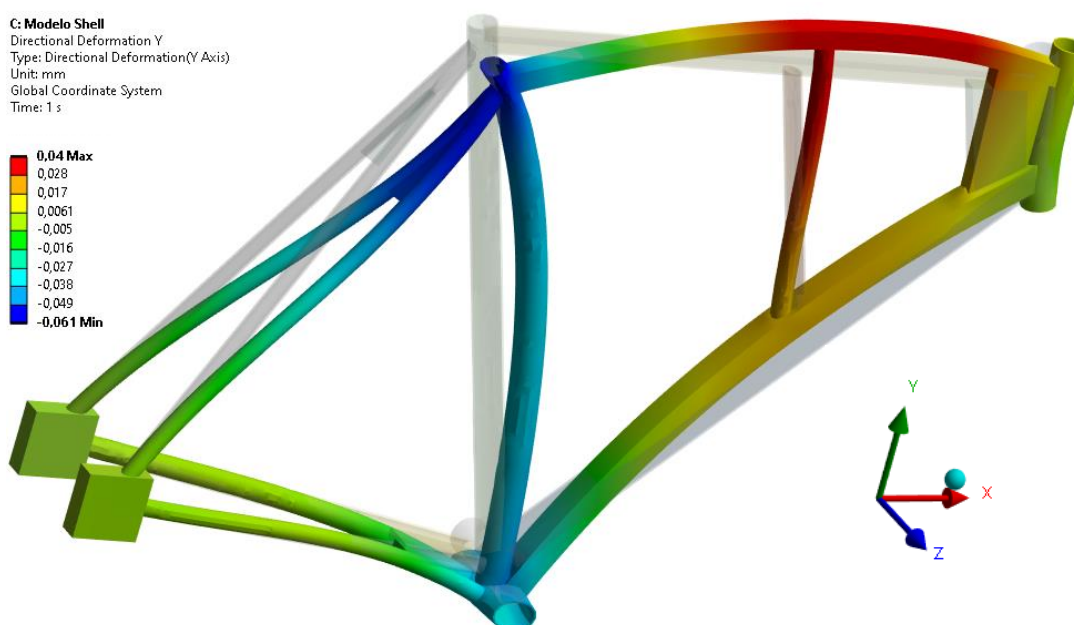


Figura 58. Desplazamiento eje 'y' en el modelo de láminas (mm)

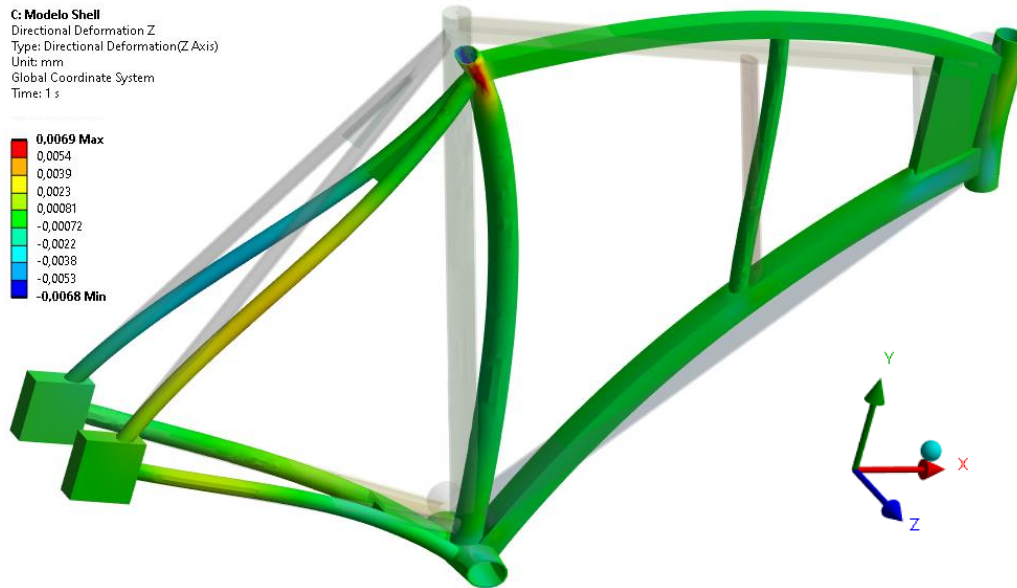


Figura 59. Desplazamiento eje 'z' en el modelo de láminas (mm)

Las tensiones de Von Mises se muestran en la Figura 60, obteniéndose una tensión máxima de 14,8 MPa en la zona del sillín que corresponde a la zona de implementación del peso del ciclista como presión de línea. Por otro lado, se vuelve a observar que las zonas menos cargadas son los refuerzos verticales delanteros coloreados de azul oscuro, así como las cartelas traseras, el tubo superior y la zona baja del tubo inferior. Esto indica de nuevo que estos componentes serán susceptibles de ser eliminados o de ver sus dimensiones reducidas en la posterior optimización.

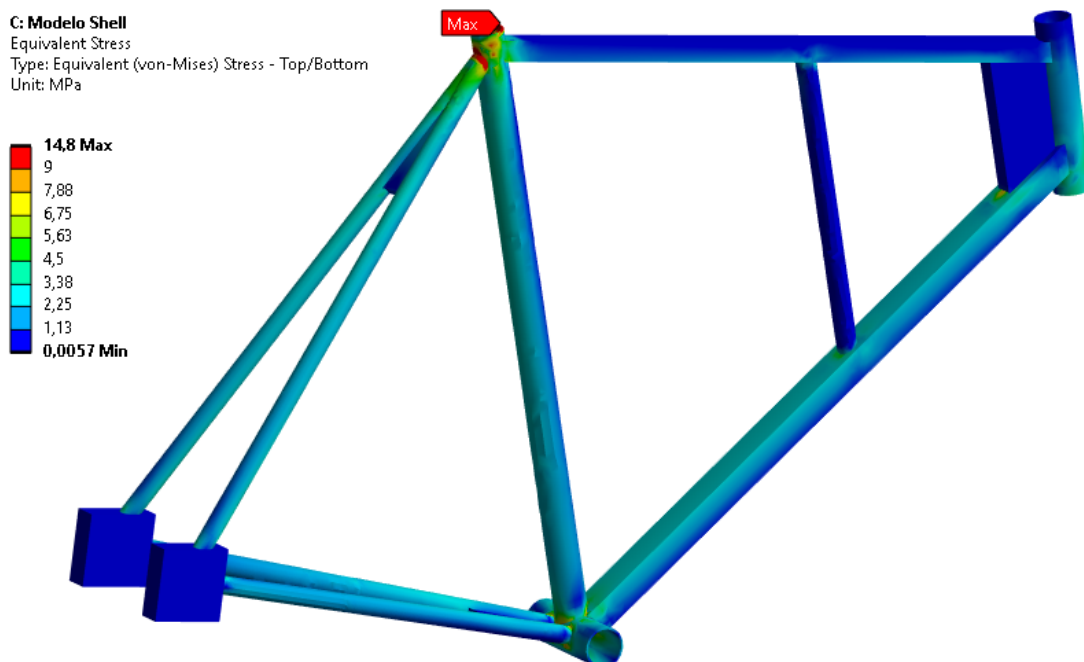


Figura 60. Tensiones de Von Mises en el modelo de láminas (MPa)

7. MODELOS DE CÁLCULO

De cara a verificar la validez del modelo de cálculo, se ha verificado que la suma de reacciones en los apoyos es igual a las cargas impuestas en el modelo de cálculo:

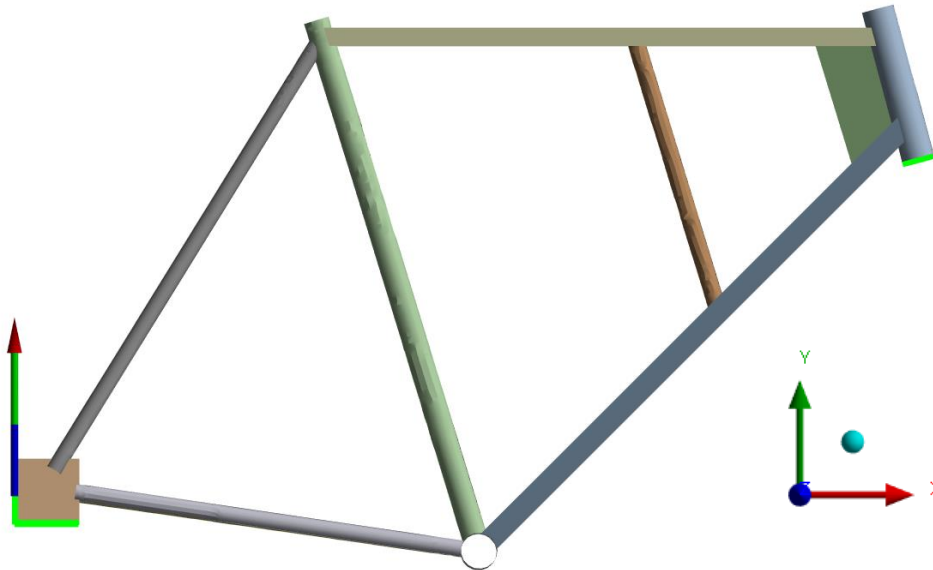


Figura 61. Reacción en los apoyos en el modelo de láminas

Tabular Data				
Time [s]	☒ Force Reaction (X) [N]	☒ Force Reaction (Y) [N]	☒ Force Reaction (Z) [N]	☒ Force Reaction (Total) [N]
1 1,	5,1081e-008	811,39	1,5003e-008	811,39

Tabla 10. Valor de la reacción en los apoyos en el modelo de láminas

Teniendo en cuenta que la masa del cuadro en el modelo de láminas coincide con la del modelo sólido y es 2,79 kg, y la carga vertical simulando el peso del ciclista es de 784 N, la carga vertical total en el modelo de cálculo es de 811,34 N. El valor de la reacción en las condiciones de contorno coincide con el obtenido en el modelo sólido, ya que este valor solo depende de la fuerza vertical del sillín y de las condiciones de contorno, las cuales son las mismas para ambos modelos. Se obtiene como conclusión que la reacción es igual a la acción.

8. OPTIMIZACIÓN TOPOLÓGICA DEL CUADRO

El modelo a partir del cual se ha obtenido el diseño final es el modelo de láminas, ya que refleja con mayor detalle y precisión el comportamiento del cuadro de bicicleta. No obstante, también se ha llevado a cabo una optimización estructural del modelo sólido, para comparar estos casos con el modelo de detalle. Para realizar las optimizaciones, se han seguido los pasos mencionados en el **apartado 2.4**.

En primer lugar, se ha procedido a la optimización topológica del modelo sólido y del modelo de láminas, realizando por último una optimización de forma para ambos modelos. Para las cuatro optimizaciones, el objetivo ha sido minimizar el peso de la estructura con la condición de que la rigidez se mantenga similar al modelo sin optimizar. Para ello, se ha seleccionado la masa como función objetivo a minimizar. En cuanto a la restricción asociada a la rigidez, no se ha podido seleccionar esta variable directamente como restricción, ya que no se presenta como opción, como se puede observar en la Figura 18. Para añadir dicha restricción, se ha implementado mediante la flexibilidad, la cual se muestra en la siguiente figura:

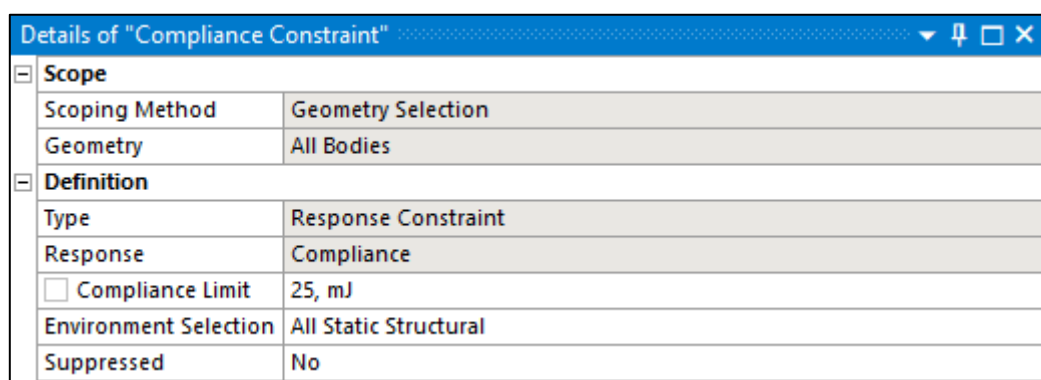


Figura 62. Restricción sobre la flexibilidad

No obstante, las unidades del valor límite de la flexibilidad de la Figura 62 no concuerdan con las unidades de la flexibilidad $[m/N]$. Esto se debe a que la flexibilidad como restricción se implementa a través del valor de la energía elástica de deformación. La relación entre estas se demostró en la Ecuación 18. Para establecer el valor límite de la energía elástica, es necesario conocer el valor de dicha energía total en los modelos originales, el cual se indica en la siguiente imagen:

Tabular Data				
	Time [s]	☒ Minimum [mJ]	☒ Maximum [mJ]	☒ Total [mJ]
1	1.	2,1731e-007	4,5074e-002	22,276

Figura 63. Energía elástica de deformación del modelo original (mJ)

Por tanto, el valor que se ha establecido como límite para la flexibilidad es de 25 mJ, como se aprecia en la Figura 62.

8. OPTIMIZACIÓN TOPOLÓGICA DEL CUADRO

El siguiente paso ha sido establecer las zonas de diseño y de exclusión dentro del dominio de la optimización. Como el cuadro estará unido a otros componentes en la bicicleta, se han seleccionado como regiones de exclusión aquellos tubos que van a estar en contacto con estos otros componentes, como se observa en la Figura 64:

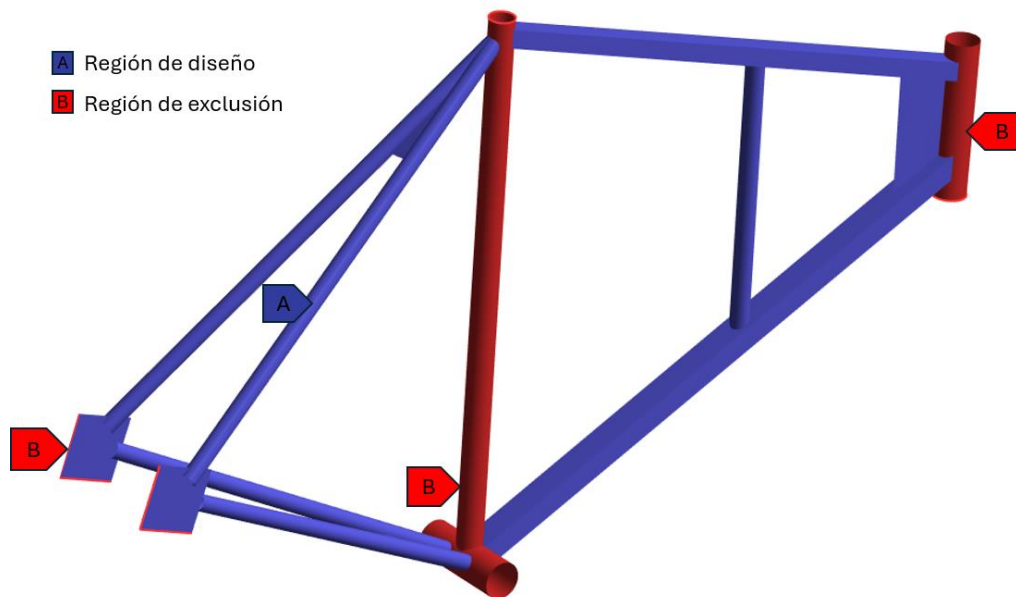


Figura 64. Regiones de diseño y exclusión

Cabe destacar que las zonas donde se encuentran aplicadas las acciones y las condiciones de contorno son automáticamente seleccionadas como regiones de exclusión por el programa.

Posteriormente, se ha resuelto la optimización para cada modelo. Los modelos optimizados para cada caso se muestran en las siguientes figuras:



Figura 65. Optimización topológica del modelo sólido

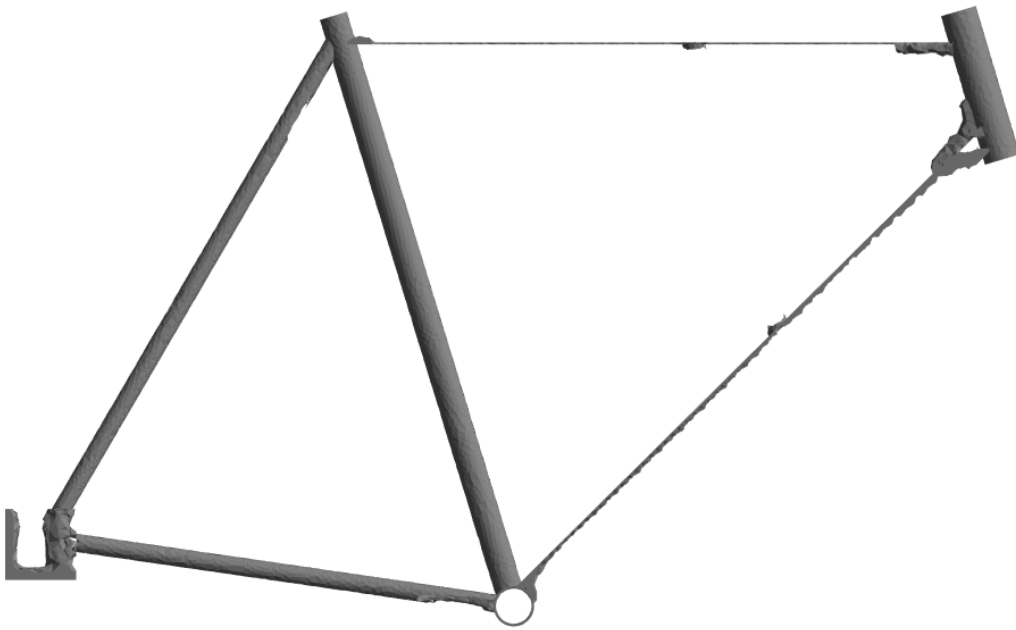


Figura 66. Optimización topológica del modelo sólido



Figura 67. Optimización de forma del modelo sólido



Figura 68. Optimización topológica del modelo de láminas (optimización topométrica)



Figura 69. Optimización topológica del modelo de láminas (optimización topométrica)



Figura 70. Optimización de forma del modelo de láminas (optimización topográfica)

Como se puede apreciar en las figuras anteriores, el material se ha eliminado de las zonas menos solicitadas a nivel tensional, como ya se había deducido anteriormente. De esta forma, se ha obtenido un diseño con menos masa, pero con una rigidez similar a la de los modelos originales, ya que ha sido impuesto como restricción de la optimización.

Para las dos optimizaciones topológicas, tanto la del modelo sólido como la del modelo de láminas, se ha empleado el método *Density Based Optimization*. No se ha usado el método *Level Set Based* porque, al solo poder utilizarse en modelos sólidos, no se podría realizar una comparativa con el modelo de láminas.

Comparando las dos optimizaciones topológicas (Figura 65 y Figura 68), se aprecia que la geometría optimizada para ambos modelos es bastante parecida. La principal diferencia entre los dos casos es que, para el modelo sólido, no se han eliminado por completo los dos refuerzos traseros y se ha eliminado en exceso el material de los tubos superior e inferior, hasta el punto de parecer placas en vez de tubos. Por el contrario, la geometría optimizada del modelo de láminas prescinde de todos los refuerzos, tanto delanteros como traseros, y la reducción de material en los tubos superior e inferior indican que los espesores de dichos tubos podrían verse reducidos sin condicionar el funcionamiento del cuadro.

Las diferencias en los resultados de las optimizaciones topológicas se deben a causa de las restricciones geométricas y físicas impuestas por la naturaleza de los modelos: los modelos sólidos permiten una redistribución del material en un espacio tridimensional, mientras que los modelos de láminas optimizan el uso del material dentro de superficies más limitadas.

En cuanto a las optimizaciones de forma (Figura 67 y Figura 70), el resultado obtenido en el modelo sólido sugiere que el proceso de optimización ha logrado reducir la masa del cuadro, pero las formas resultantes no son compatibles desde una perspectiva de diseño y fabricación. Sin embargo, los criterios de optimización establecidos en el proceso se cumplen.

Por el contrario, en el modelo de láminas se obtiene una geometría final mejor definida. Cabe destacar que en este modelo se ha establecido como región de exclusión solo las zonas donde hay aplicadas acciones o condiciones de contorno. Esto se debe a que, excluyendo el tubo del sillín, de dirección y del pedalier de la zona de diseño, apenas se veía reducida la masa y no

8. OPTIMIZACIÓN TOPOLÓGICA DEL CUADRO

había cambios topográficos notorios respecto del modelo original. En la Figura 70 se pueden apreciar los elementos tipo viga ficticios típicos de la optimización topográfica, generados por la reubicación de los nodos de la malla con el fin de rigidizar las zonas sometidas a mayor tensión. En este caso, los rigidizadores se presentan en los tirantes superiores y las vainas inferiores, haciendo así que estos elementos del cuadro se curven.

9. DISEÑO FINAL

Se ha optado por emplear como diseño final el modelo de láminas optimizado con el método de optimización topológica en lugar de la optimización de forma porque se logra una mayor reducción de material, optimizando así el uso de recursos y mejorando la relación peso-resistencia del cuadro.

Para generar el diseño final, se ha importado la geometría optimizada al programa de diseño *SpaceClaim* con el objetivo de eliminar irregularidades y suavizar geometrías complejas que supondrían problemas al fabricar el cuadro. El diseño final del cuadro después de la optimización topológica modelando sus componentes como láminas es el mostrado en las siguientes figuras:



Figura 71. Vista isométrica del diseño final

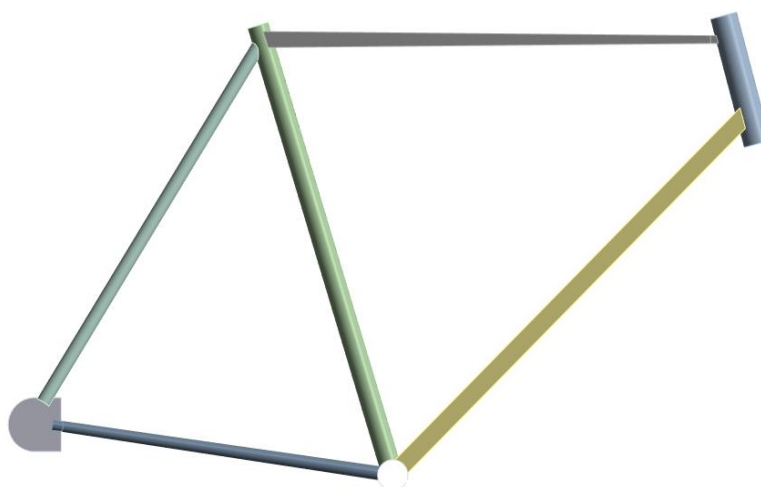


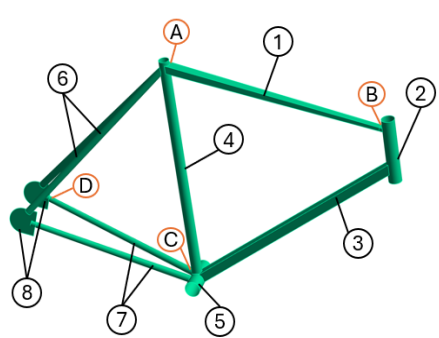
Figura 72. Vista en alzado del diseño final

9. DISEÑO FINAL

Los cambios implementados en el modelo optimizado con respecto al modelo original de partida son los listados a continuación:

- Redondeo de las cartelas traseras y reducción del espesor
- Eliminación de los refuerzos traseros y delanteros
- Reducción del espesor del tubo inferior
- Modificación de la sección del tubo superior, con una sección variable a lo largo del tubo.

En la siguiente figura se presentan las dimensiones de los componentes del modelo final del cuadro:



Componente	Descripción	Dimensiones (mm)	Material
1	Tubo superior	Sección A: $b = 26 \times h = 20$ Sección B: $b = 16 \times h = 10$ $2\text{mm thk} \times L = 585$	AL6061
2	Tubo de dirección	$\Phi 36 \times 2\text{mm thk} \times L = 140$	AL6061
3	Tubo inferior	$b = 30 \times h = 24 \times 0,5\text{mm thk} \times L = 645$	AL6061
4	Tubo del sillín	$\Phi 28 \times 2\text{mm thk} \times L = 590$	AL6061
5	Tubo del pedalier	$\Phi 40 \times 2\text{mm thk} \times L = 150$	AL6061
6	Tirantes superiores	$\Phi 18 \times 2\text{mm thk} \times L = 540$	AL6061
7	Vainas inferiores	Sección C: $\Phi 18$ Sección D: $\Phi 14$ $2\text{mm thk} \times L = 405$	AL6061
8	Cartelas traseras*	$\Phi 40 + b = 35 \times h = 35 \times 15\text{mm thk}$	AL6061

Figura 73. Esquema de las dimensiones de los componentes del modelo final

Con las modificaciones anteriores, la masa del cuadro final tiene un valor de 1,83 Kg. Por tanto, se ha conseguido eliminar el 34,41 % de la masa original.

9.1. Validación del Modelo Optimizado

Una vez finalizado el proceso de optimización estructural del cuadro de bicicleta, el último paso ha sido realizar una validación del modelo optimizado para garantizar su integridad a nivel estructural. Para ello se ha evaluado la protección frente a colapso plástico y frente a fatiga.

En la siguiente figura se muestran los desplazamientos totales del modelo optimizado, los cuales son ligeramente superiores al modelo original debido a la pequeña disminución de rigidez del sistema:

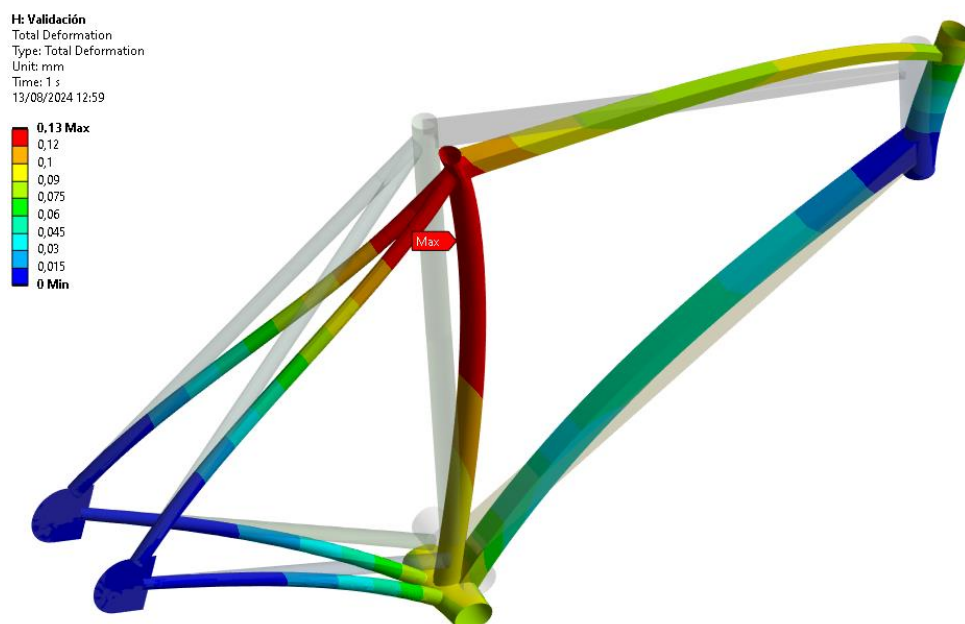


Figura 74. Desplazamientos totales en el modelo final (mm)

En el modelo original, los desplazamientos máximos tenían un valor de 0,082 mm, mientras que en el diseño final tienen un valor de 0,13 mm, representando una variación del 58,54%.

9.1.1. Protección frente al colapso plástico

La protección frente a colapso plástico del marco de bicicleta queda garantizada al verificar que el estado tensional de éste es inferior al valor de tensión definido como admisible. De esta forma, se asegura que la estructura no es susceptible de sufrir deformaciones plásticas que condicionen el comportamiento e integridad del cuadro.

A continuación, se muestra la distribución de tensiones de Von Mises en el modelo final:

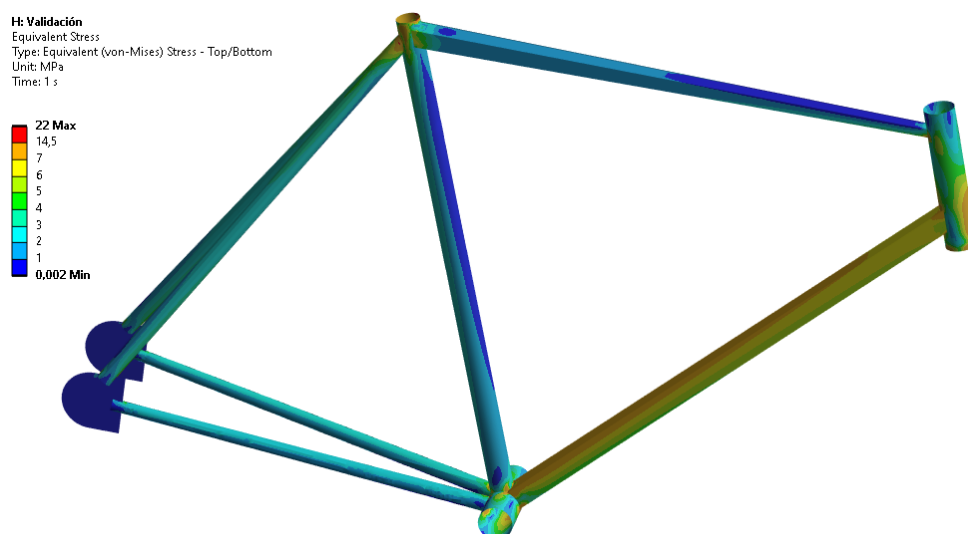


Figura 75. Tensiones de Von Mises en el modelo final (MPa)

9. DISEÑO FINAL

El valor máximo de las tensiones de Von Mises en el modelo final es de 22 MPa, mientras que para el modelo original era de 14,8 MPa. Además, la tensión máxima ya no se localiza en el tubo del sillín como antes, ahora se presenta de forma localizada en el tubo de dirección como se muestra a continuación:

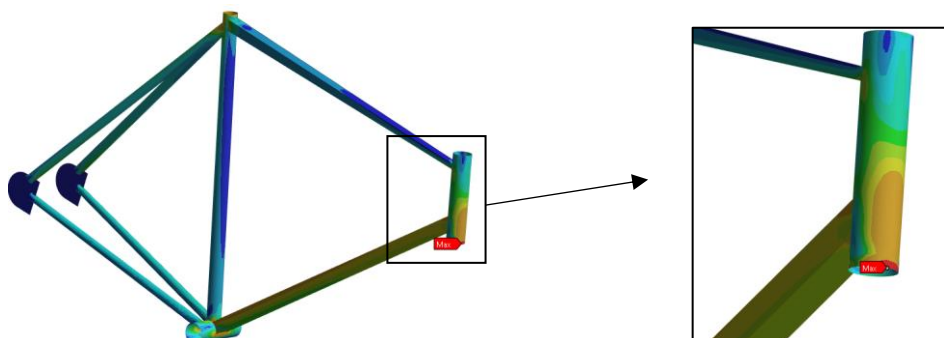


Figura 76. Tensión máxima de Von Mises en el modelo final

En la Figura 60, se observa el valor de las tensiones de Von Mises en el tubo de dirección del modelo original, apreciando así que el valor en esta zona ha aumentado de 10,2 MPa a 22 MPa tras la optimización.

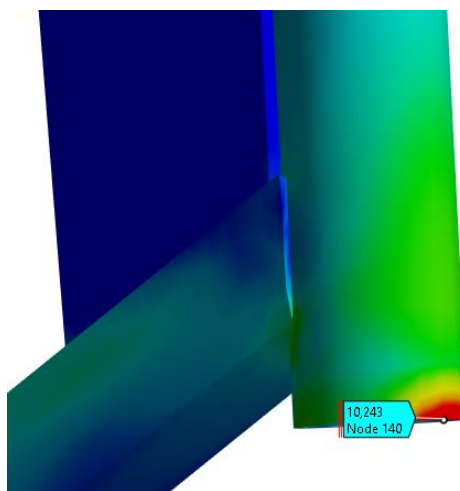


Figura 77. Tensión de Von Mises en el tubo de dirección del modelo original

Para determinar el valor de tensión admisible, se ha minorado el límite elástico del material según la norma **EN 485-2:2017. “Aluminio y aleaciones de aluminio. Chapas, bandas y planchas. Características mecánicas”**, de tal forma que la tensión admisible se define de la siguiente forma:

$$\sigma_{adm} = \phi f_y$$

Ecuación 30. Tensión admisible minorada

Donde

- σ_{adm} es la tensión admisible para el aluminio 6061 T6 calculada según EN 485-2:2017
- ϕ es un factor reductor con valor igual a 0,9
- f_y es el límite elástico del material (240 MPa)

Reemplazando numéricamente, se ha obtenido una tensión admisible $\sigma_{adm} = 216 \text{ MPa}$; por tanto, se verifica que las tensiones alcanzadas en el cuadro de bicicleta optimizado son considerablemente inferiores a dicho valor y se puede garantizar la protección del cuadro frente a colapso plástico bajo las condiciones de carga consideradas en el trabajo.

9.1.2. Protección frente a fatiga

Para la evaluación de la vida útil del cuadro y, por tanto, de la protección frente a fatiga, ha sido necesario suponer ciertas consideraciones relativas al uso de la bicicleta de paseo. De forma conservadora, se ha asumido que la bicicleta de estudio es una bicicleta de alquiler, la cual va a ser utilizada por 100 personas al día, lo que implica un total de 730.000 ciclos en una vida útil de 20 años.

La validación a fatiga se ha realizado según el **apartado 6.2** de la norma **EN 1999.1.3**. Para el número de ciclos estimado anteriormente, la relación de las curvas S-N es la siguiente:

$$N_i = 2 * 10^6 \left(\frac{\Delta\sigma_c}{\Delta\sigma_i \gamma_{Ff} \gamma_{Mf}} \right)^{m_1}$$

Ecuación 31. Relación curvas S-N [27]

Donde

- N_i es el número de ciclos asociado al fallo debido a un rango de tensión $\Delta\sigma_i$.
- $\Delta\sigma_c$ es el valor de referencia de resistencia a fatiga asociado a $2 * 10^6$ ciclos, dependiendo del detalle geométrico de la estructura, sacado de la Tabla 13
- $\Delta\sigma_i$ es el rango de tensiones asociado al número de ciclos supuestos anteriormente.
- m_1 es la pendiente de la curva S-N con signo positivo, dependiendo del detalle geométrico de la estructura.
- γ_{Ff} y γ_{Mf} son el coeficiente parcial de seguridad asociado a las cargas del modelo y el coeficiente parcial de seguridad asociado a la resistencia del material, respectivamente. Se emplean para garantizar la seguridad de la estructura incluso para condiciones de carga más desfavorables.

9. DISEÑO FINAL

En la siguiente figura se muestra la forma de las curvas S-N para el aluminio 6061 T6:

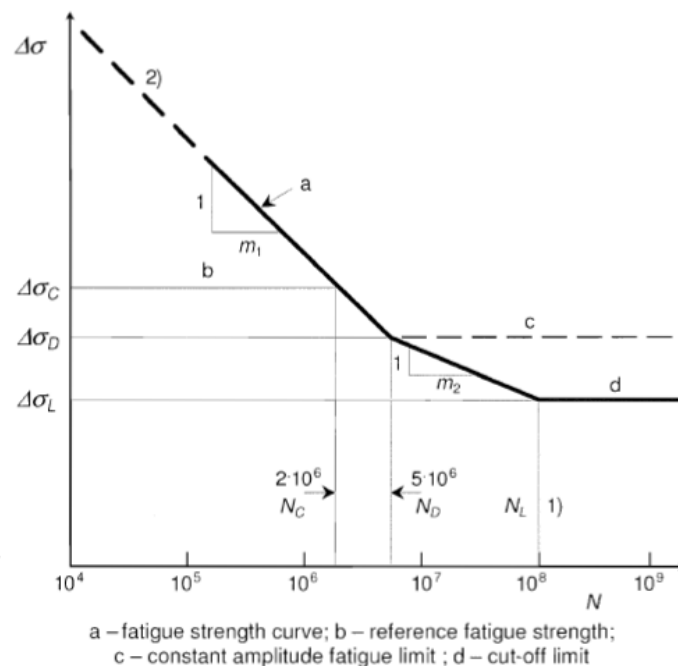


Figure 6.1 —Fatigue strength curve $\log\Delta\sigma\text{-}\log N$

Figura 78. Curva S-N del aluminio 6061 T6 [27]

El valor de γ_{Ff} recomendado por la norma **EN 1999.1.3** es 1, mientras que el valor de γ_{Mf} se define en la Tabla 11, obtenida de la misma norma:

Table L.2 – Recommended γ_{Mf} – values in relation to the consequence class

Design approach	Design procedure	Consequence class		
		CC1	CC2	CC3
		$\gamma_{Mf}^{a b c d}$	$\gamma_{Mf}^{a b c d}$	$\gamma_{Mf}^{a b c d}$
SLD-I	Damage accumulation	1,1	1,2	1,3
	Constant amplitude fatigue (i.e. $\max \Delta\sigma_{E,d} < \Delta\sigma_{D,d}$)	1,1	1,2	1,3
SLD-II	Damage accumulation	1,0	1,1	1,2
	Constant amplitude fatigue (i.e. $\max \Delta\sigma_{E,d} < \Delta\sigma_{D,d}$)	1,0	1,1	1,2
DTD-I	Damage accumulation	1,0	1,0	1,1
DTD-II	Damage accumulation	1,0	1,0	1,1

Tabla 11. Valores recomendados de γ_{Mf}

Para poder obtener el valor de γ_{Mf} en la tabla anterior, es necesario conocer la clase de consecuencia que resultaría del fallo de la estructura. siendo CC1 aplicable en los casos para los que las consecuencias serían leves y solo afectarían a la estructura en sí, CC2 para los casos donde el fallo podría causar daños importantes y comprometer la seguridad de las personas, y CC3 para los casos que pueden afectar gravemente a la sociedad y hasta suponer una pérdida de vidas.

En este trabajo, se va a suponer que un fallo por fatiga del cuadro de bicicleta puede poner en riesgo moderado al usuario. Por ello, se va a asumir una clase CC2, considerando un valor $\gamma_{Mf} = 1,2$, ya que el enfoque empleado en el análisis es el SLD-I (*Safe Life Design*). Este enfoque compara los ciclos de trabajo ante un estado tensional límite frente a los ciclos estimados anteriormente.

En este caso, como se parte de un estado tensional nulo, $\Delta\sigma_i$ queda reducido al valor de $\sigma_{m\acute{a}x}$ dividido entre 2, como se indica en la siguiente ecuación. Se ha tenido en cuenta que el peso propio del cuadro es una carga sostenida y, por tanto, no puede considerarse en la evaluación a fatiga.

$$\Delta\sigma_i = \frac{\sigma_{m\acute{a}x} - 0}{2}$$

Ecuación 32. Rango de tensiones en el modelo de cálculo

A continuación, se muestra el valor máximo de la tensión de Von Mises en el cuadro de bicicleta optimizado sin considerar el efecto del peso propio:

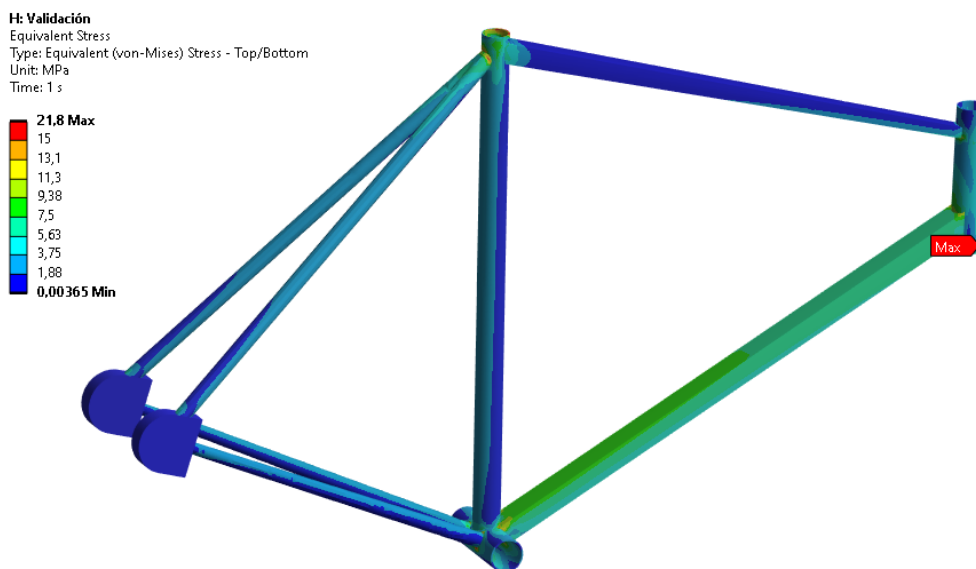


Figura 79. Tensión máxima de Von Mises despreciando el peso propio del cuadro (MPa)

La tensión máxima de Von Mises, despreciando el peso propio, tiene un valor de 21,8 MPa. Por tanto, el valor de $\Delta\sigma_i$ es 10,9 MPa.

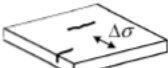
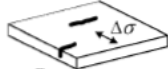
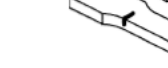
Por último, queda definir $\Delta\sigma_c$, que es un valor que viene estandarizado en la norma **EN 1999-1-3**. El valor de la tensión de referencia corresponde a 10^5 ciclos y depende del detalle geométrico a estudiar, tal y como se muestra en la Tabla 12. En este caso, y teniendo en cuenta

9. DISEÑO FINAL

que la tensión máxima se ha alcanzado en el tubo de dirección, la categoría de tensión seleccionada de forma conservadora es la **71-7**, para no condicionar el cálculo condicionar al acabado superficial del marco.

En la siguiente imagen se muestran las posibles geometrías en función de algunos requerimientos en su fabricación:

Table J.1 – Detail categories for plain members

Detail type	Detail category $\Delta\sigma - m_1$ ¹⁾ Alloy restriction	Product forms Constructional detail Initiation site	Stress orientation	Stress analysis	Execution requirements
1.1	125-7 7020 only	Sheet, plate and simple extruded rod and bar, machined parts 	Parallel or normal ²⁾ to rolling or extrusion direction	Principal nominal stress at initiation site	No re-entrant corners in profile, no contact with other parts Machined with a surface finish $R_{25} < 40 \mu\text{m}$ Visual inspection
1.2	90-7	 Surface irregularity			
1.3	80-7 7020 only	Sheet, plate, extrusions, tubes, forgings 			Hand grinding not permitted unless parallel to stress direction No score marks transverse to stress direction Visual inspection
1.4	71-7	 Surface irregularity			
1.5	140-7 7020 only	Notches, holes 		Account for stress concentration: see D.2	Holes drilled and reamed No score marks transverse to stress orientation Visual inspection
1.6	100-7	Surface irregularity 			

Surface free of sharp corners unless parallel to stress direction, edges free of stress raisers

Tabla 12. Detalles geométricos y requerimientos de fabricación [27]

Con la categoría de tensión seleccionada, se obtiene un valor estandarizado de $\Delta\sigma_c$ de 71 MPa, así como un valor de 7 para el parámetro m_1 , los cuales se muestran en la siguiente tabla:

Table J.2 – Numerical values of $\Delta\sigma-N$ (N/mm²) for plain members - detail categories as in Table J.1

Slope		Cycles N						
m_1	m_2	1E+05	1E+06	2E+06	5E+06	1E+07	1E+08	1E+09
7,0	7,0	214,8	154,6	140,0	122,8	111,2	80,1	80,1
7,0	7,0	191,8	138,0	125,0	109,7	99,3	71,5	71,5
7,0	7,0	153,4	110,4	100,0	87,7	79,5	57,2	57,2
7,0	7,0	138,1	99,4	90,0	79,0	71,5	51,5	51,5
7,0	7,0	122,7	88,3	80,0	70,2	63,6	45,7	45,7
7,0	7,0	108,9	78,4	71,0	62,3	56,4	40,6	40,6

Tabla 13. $\Delta\sigma_c$ en función de la categoría de tensión

Sustituyendo valores numéricos en la ecuación anterior y considerando el estado tensional del cuadro, se ha obtenido un número de ciclos $N = 2,7 * 10^{11}$, el cual es superior al número de ciclos estimados para el cuadro.

Por tanto, se verifica que el diseño del cuadro de bicicleta cumple con los requisitos del código para asegurar la protección frente a fatiga.

10. CONCLUSIONES

Este trabajo demuestra la efectividad de la optimización topológica como herramienta clave para el diseño a nivel estructural de un cuadro de bicicleta consiguiendo un diseño más eficiente con una reducción del 34,41% de masa, sin comprometer la integridad estructural de la estructura.

Se verifica que, los componentes con menor sollicitación tensional obtenidos de los análisis estructurales estáticos son los que experimentan una reducción de elementos durante la fase de optimización llevada a cabo con el módulo de optimización topológica de *ANSYS Workbench*.

Además, para comparar varios modelos optimizados, se hace uso de los dos distintos tipos de optimización estructural: topológica y de forma, aplicados a los modelos sólido y de láminas.

En la Tabla 14, se muestra una comparativa entre los tipos de optimización, así como entre los dos modelos, en términos de cantidad de material eliminado y de tiempo de cálculo empleado por *ANSYS* para la resolución del proceso iterativo.

Modelo	Tipo de Optimización	Masa inicial (Kg)	Masa final (Kg)	% Masa Eliminado	Tiempo de cálculo
Sólido	Topológica	2,79	1,54	44,80 %	3 mins
Sólido	De Forma	2,79	2,32	16,84 %	6 mins
Láminas	Topológica	2,79	1,54	44,80 %	45 s
Láminas	De Forma	2,79	2,52	9,68 %	4 mins

Tabla 14. Comparativa entre modelos y métodos de optimización

En la tabla anterior, se puede apreciar cómo la optimización topológica elimina por defecto mayor cantidad de material que la optimización de forma para cualquier modelo. Además, se obtiene un resultado esperado; que tanto el modelo sólido como el modelo de láminas tienen la misma masa final, a pesar de distinta configuración de forma. Esto se debe a que el problema de optimización empleando el método matemático **SIMP** se desarrolla de la misma manera, lo único que difiere es la variable diseño, que es la densidad para el modelo sólido y el espesor para el modelo de láminas, como se explicó en el **apartado 2.3.2**.

En cuanto a los tiempos de cálculo, se observa una diferencia considerable entre el modelo sólido y el modelo de láminas, así como entre la optimización topológica y la optimización de forma. La diferencia de tiempo de cálculo entre los dos modelos se debe al número de elementos empleados para realizar el mallado. Para el mallado del modelo sólido se emplearon 63.912 elementos mientras que, para el mallado del modelo de láminas, 11.630 elementos. Esta diferencia en el número de elementos hace que el tiempo de cálculo del modelo sólido sea cuatro veces mayor que el del modelo de láminas. Por ello, se puede afirmar que un modelo de láminas es suficientemente representativo para este tipo de estructuras con bajos espesores en sus componentes.

La diferencia del tiempo de cálculo entre la optimización topológica y la de forma dentro de cada modelo se debe a que, para la optimización de forma, es necesario remallar el modelo en cada iteración del proceso, derivando así en un mayor coste computacional.

En la siguiente tabla, se comparan los resultados de los desplazamientos máximos y de las tensiones máximas de Von Mises del modelo optimizado y del modelo de láminas original.

Modelo	Nº de Elementos	Desplazamiento Total Máx (mm)	Tensión Máx de Von Mises (MPa)
Original	16.630	0,082	14,8
Final	10.089	0,13	22

Tabla 15. Comparación de resultados modelo original vs modelo optimizado

En la Tabla 15, se observa que el cuadro optimizado se deforma más y está sometido a un valor superior de tensión que el modelo original. El incremento del valor del desplazamiento máximo es del 58,54%, mientras que, para el valor de la tensión máxima de Von Mises, es del 48,65%. Este aumento del valor en los resultados estudiados se debe a la reducción de masa tras la optimización, ya que las áreas que permanecen en el diseño final deben soportar mayor carga, la cual antes era soportada por el material eliminado.

Además, esta reducción de masa también afecta a las regiones en las que se dan el desplazamiento total máximo y la tensión máxima, como se aprecia en las siguientes figuras:

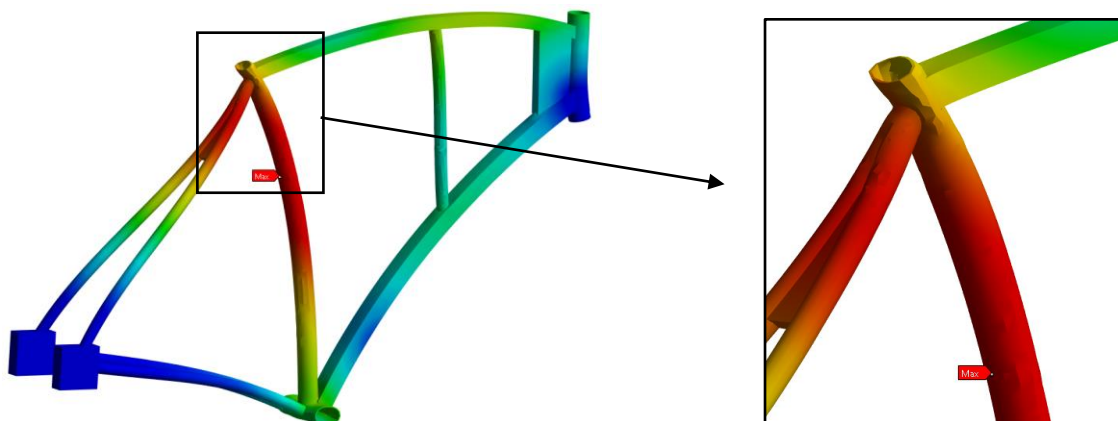


Figura 80. Desplazamiento total máximo del modelo original

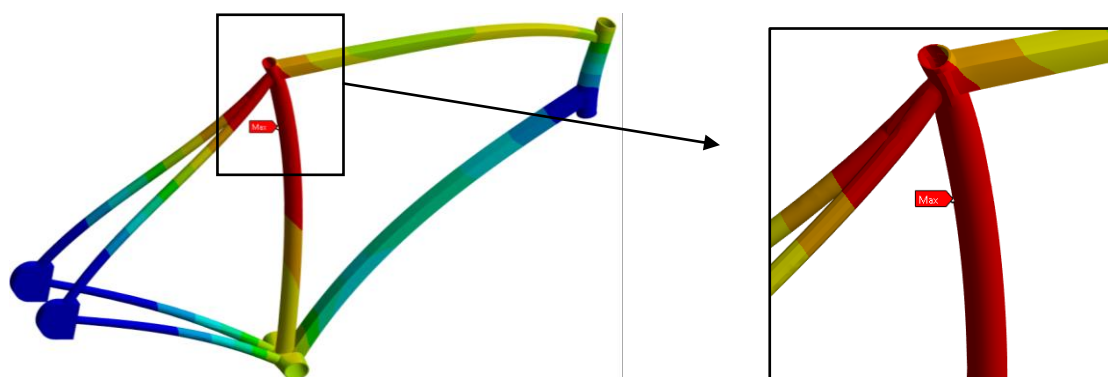


Figura 81. Desplazamiento total máximo del modelo optimizado

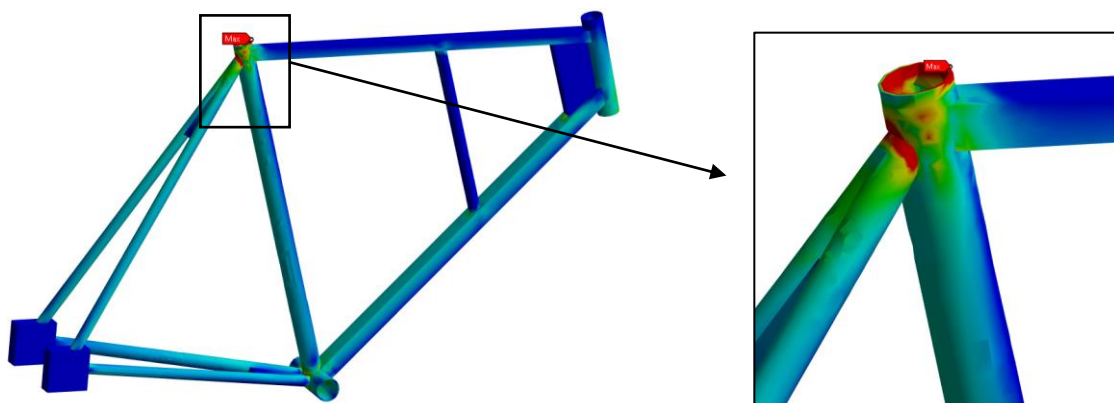


Figura 82. Tensión máxima de Von Mises en el modelo original

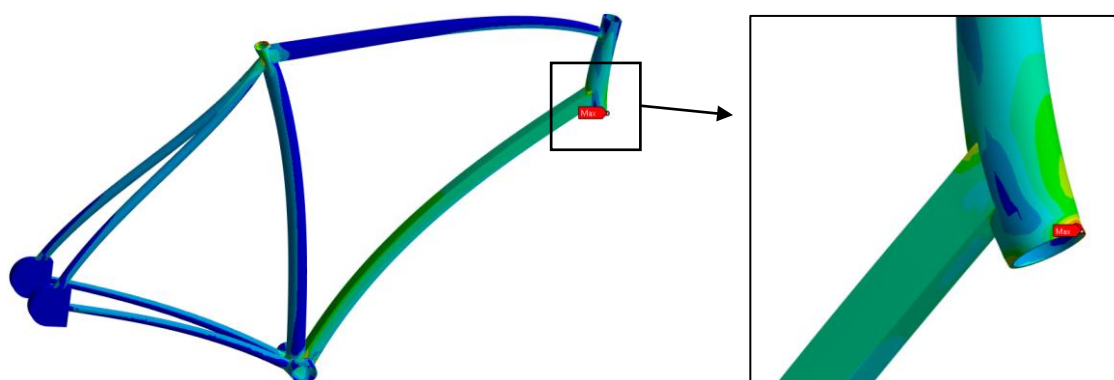


Figura 83. Tensión máxima de Von Mises en el modelo optimizado

En el caso de los desplazamientos, el punto de valor máximo en el modelo optimizado se localiza ligeramente más arriba en el tubo del sillín, mientras que la tensión máxima en el modelo final, ya no se sitúa en este mismo tubo, sino que se presenta en el tubo de dirección.

También se observa en la Tabla 15, que el número de elementos del mallado para el modelo final, considerando el mismo tamaño de elemento, es considerablemente superior: 10.089 elementos frente a los 16.630 del modelo original. Esto es una ventaja de cara a posteriores análisis estáticos del modelo optimizado, ya que será más rápido que el modelo original por tener menor número de elementos en la malla.

Por último, la validación del diseño optimizado verificando la protección frente a colapso plástico y a fatiga permite garantizar que el diseño del cuadro es viable y seguro para su uso en condiciones reales.

Este estudio no solo sirve como base de cara a la optimización estructural para futuros proyectos relacionados con el diseño de bicicletas, sino que también demuestra la flexibilidad y la importancia de la optimización estructural en las tendencias contemporáneas de diseño, así como en la fabricación de componentes.

11. LÍNEAS DE TRABAJO FUTURAS

En los próximos años, se prevé que la fabricación aditiva vaya ganando peso a la hora de diseñar y fabricar cuadros de bicicleta. La fabricación de componentes complejos en una sola pieza, sin las limitaciones de los métodos tradicionales, permite avances significativos en el diseño de estructuras al incrementarse las posibilidades de generar diseños más complejos desde un punto de vista geométrico y con mayor eficiencia a nivel estructural, que hasta el momento no eran viables.

La fabricación aditiva, comúnmente conocida como impresión 3D, también aporta ventajas en términos de sostenibilidad, ya que minimiza los residuos del material empleado y permite la modificación del diseño del cuadro y de sus componentes en función de las necesidades o preferencias del usuario que no tiene por qué encarecer el proceso de fabricación.

Además, la fabricación aditiva se ve favorecida por su precisión y fiabilidad superior en comparación con los procesos tradicionales de fabricación, los cuales requieren inspecciones mucho más exhaustivas para asegurar la calidad del producto final. La capacidad de la fabricación aditiva para producir diseños de mayor calidad, que son reproducibles y escalables, la convierte en una herramienta clave para la industria del ciclismo. Esta tecnología, la cual se está potenciando con inversiones para su desarrollo, tiene la capacidad de modernizar el diseño y la producción de cuadros de bicicleta, permitiendo así la creación de estructuras más ligeras y duraderas adaptadas a distintos tipos de bicicleta. Este avance, impulsado por la Industria 4.0, no solo permite optimizar el diseño de los cuadros de bicicleta, sino también integrar tecnologías inteligentes que mejoran la eficiencia y la capacidad de producción.

Otro sector emergente que merece especial atención en futuras líneas de trabajo es el estudio y uso de materiales avanzados como el grafeno. Este material, que ha comenzado a explorarse en la industria del ciclismo, ofrece propiedades únicas que podrían revolucionar el diseño y la fabricación de cuadros de bicicleta. El grafeno es más ligero que la fibra de carbono y a su vez más resistente que el acero. Además, su gran capacidad para disipar el calor y resistir impactos, añadido a su impermeabilidad, lo convierte en un material estrella para aplicaciones futuras. Por tanto, sería interesante complementar este trabajo con la comparación de resultados con otros materiales, así como con el uso del grafeno en la industria ciclista, teniendo en cuenta la cantidad de recursos que se están destinando a la aplicación de este nuevo material en el ciclismo a día de hoy.

En resumen, el futuro del diseño de cuadros de bicicleta dependerá de nuevos materiales innovadores y de técnicas de diseño avanzadas como la optimización estructural. La implementación de la fabricación aditiva y el grafeno promete no solo mejorar las prestaciones de las bicicletas, sino también revolucionar la industria del ciclismo, ofreciendo productos más ligeros, resistentes y adaptados a las exigencias del ciclista. Con la revolución de la Industria 4.0, que incluye la digitalización y automatización de procesos, se espera que la producción de bicicletas no solo sea más eficiente, sino también más precisa, con una calidad superior y mayor capacidad de adaptación a las necesidades de los usuarios.

12. PLANIFICACIÓN TEMPORAL Y PRESUPUESTO

12.1. Planificación temporal

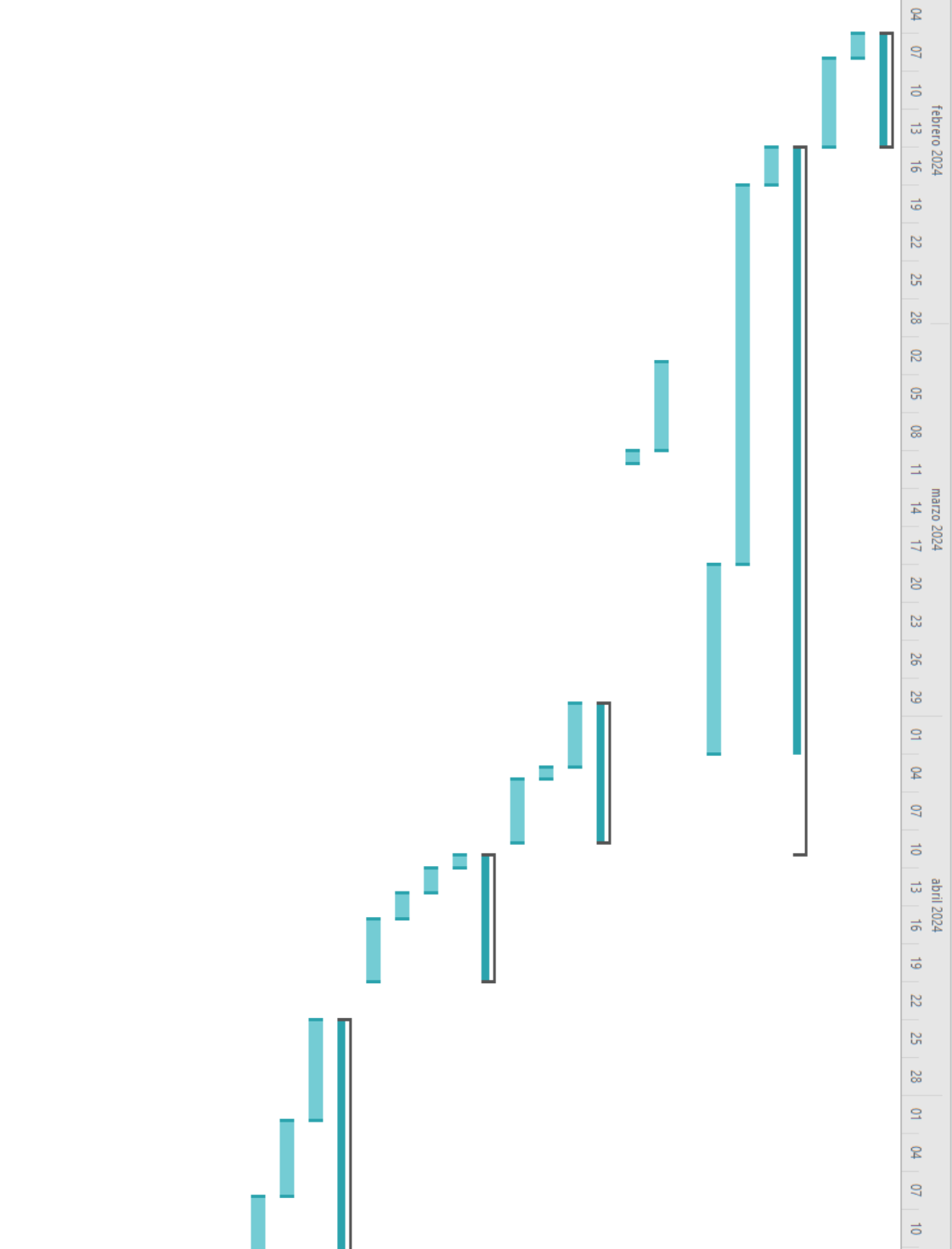
A continuación, se muestra el diagrama Gantt con la planificación seguida durante el desarrollo del presente trabajo. En la siguiente tabla se han desglosado por tareas las duraciones de las diferentes etapas del trabajo.

Descripción de la tarea	Duración	Comienzo	Fin
Planificación	9 días	07/02	15/02
Organización del trabajo	2 días	07/02	08/02
Estimación del alcance del proyecto	7 días	09/02	15/02
Comprensión de los Fundamentos Teóricos	56 días	16/02	11/04
Materiales	3 días	16/02	18/02
Optimización estructural	30 días	19/02	19/03
Módulo de optimización estructural en ANSYS	15 días	20/03	03/04
Normativa aplicable	7 días	04/03	10/03
Estudio de los posibles modos de fallo	1 día	11/03	11/03
Diseño de los Modelos Geométricos	11 días	31/03	10/04
Modelo 3D sólido	5 días	31/03	04/04
Modelo 3D simplificado	1 día	05/04	05/04
Modelo 3D de detalle	5 días	06/04	10/04
Diseño de los Modelos de Cálculo	10 días	12/04	21/04
Modelo de vigas	1 día	12/04	12/04
Modelo sólido	2 días	13/04	14/04
Modelo de láminas	2 días	15/04	16/04
Análisis de sensibilidad de los mallados	5 días	17/04	21/04
Optimización Estructural	30 días	25/04	24/05
Optimización topológica del modelo sólido	8 días	25/04	02/05
Optimización de forma del modelo sólido	6 días	03/05	08/05
Optimización topológica del modelo de láminas	10 días	09/05	18/05
Optimización de forma del modelo de láminas	6 días	19/05	24/05

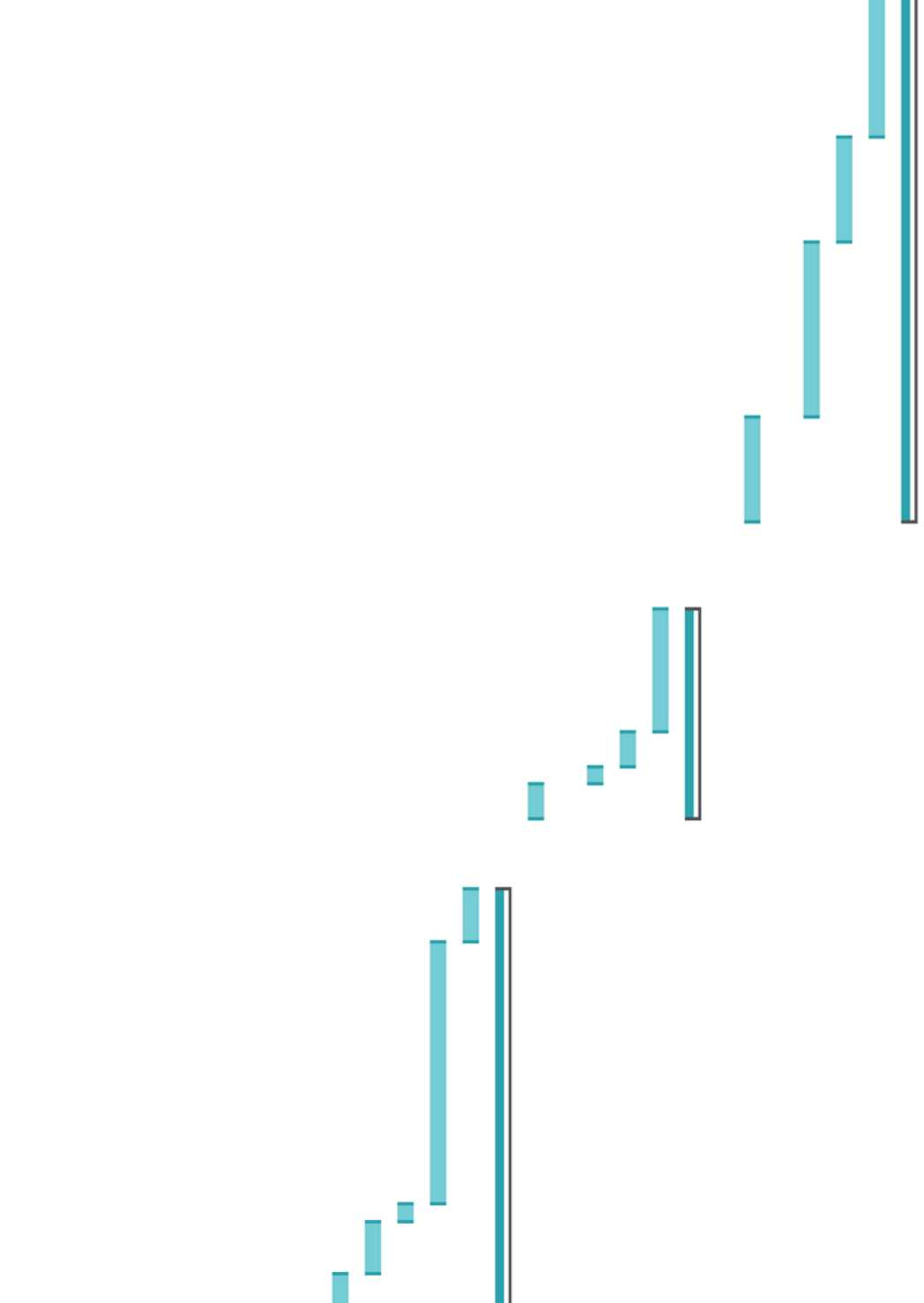
Diseño del Modelo Final Optimizado	12 días	30/05	10/06
Diseño del modelo geométrico final	7 días	30/05	05/06
Análisis del modelo de cálculo final	2 días	07/06	08/06
Análisis del modo de fallo por colapso plástico	1 día	09/06	09/06
Análisis del modo de fallo por fatiga	2 días	10/06	11/06
Elaboración del Informe	78 días	15/06	31/08
1. Introducción	3 días	15/06	17/06
2. Optimización estructural	15 días	18/06	02/07
3. Objetivo	1 día	03/07	03/07
4. Metodología	3 días	04/07	06/07
5. Normativa aplicable	5 días	07/07	11/07
6. Modelo geométrico	7 días	12/07	18/07
7. Modelos de cálculo	15 días	19/07	02/08
8. Optimización topológica del cuadro	10 días	03/08	12/08
9. Diseño final	6 días	13/08	18/08
10. Conclusiones	1 día	19/08	19/08
11. Líneas de trabajo futura	1 día	20/08	20/08
12. Planificación temporal y presupuesto	2 días	21/08	22/08
13. Responsabilidad social y profesional	1 día	23/08	23/08
Resumen	1 día	24/08	24/08
Revisión y corrección	7 días	25/08	31/08

Tabla 16. Planificación temporal

Nombre de tarea	▼	Duración	▼	Comienzo	▼	Fin	▼
▶ Planificación		9 días		mié 07/02/24		jue 15/02/24	
Organización del trabajo		2 días		mié 07/02/24		jue 08/02/24	
Estimación del alcance del proyecto		7 días		vie 09/02/24		jue 15/02/24	
▶ Compensión de los Fundamentos Teóricos		56 días		vie 16/02/24		jue 11/04/24	
Materiales		3 días		vie 16/02/24		dom 18/02/24	
Optimización estructural		30 días		lun 19/02/24		mar 19/03/24	
Módulo de optimización estructural en ANSYS		15 días		mié 20/03/24		mié 03/04/24	
Normativa aplicable		7 días		lun 04/03/24		dom 10/03/24	
Estudio de los posibles modos de fallo		1 día		lun 11/03/24		lun 11/03/24	
▶ Diseño de los Modelos Geométricos		11 días		dom 31/03/24		mié 10/04/24	
Modelo 3D		5 días		dom 31/03/24		jue 04/04/24	
Modelo de vigas		1 día		vie 05/04/24		vie 05/04/24	
Modelo de láminas		5 días		sáb 06/04/24		mié 10/04/24	
▶ Diseño de los Modelos de Cálculo		10 días		vie 12/04/24		dom 21/04/24	
Modelo de vigas		1 día		vie 12/04/24		vie 12/04/24	
Modelo 3D		2 días		sáb 13/04/24		dom 14/04/24	
Modelo de láminas		2 días		lun 15/04/24		mar 16/04/24	
Análisis de sensibilidad de los mallados		5 días		mié 17/04/24		dom 21/04/24	
▶ Optimización Estructural		30 días		jue 25/04/24		vie 24/05/24	
Optimización topológica del modelo 3D		8 días		jue 25/04/24		jue 02/05/24	
Optimización de forma del modelo 3D		6 días		vie 03/05/24		mié 08/05/24	
Optimización topológica del modelo de láminas		10 días		jue 09/05/24		sáb 18/05/24	
Optimización de forma del modelo de láminas		6 días		dom 19/05/24		vie 24/05/24	
▶ Diseño del Modelo Final Optimizado		12 días		jue 30/05/24		lun 10/06/24	
Diseño del modelo geométrico final		7 días		jue 30/05/24		mié 05/06/24	
Análisis del modelo de cálculo final		2 días		jue 06/06/24		vie 07/06/24	
Análisis del modo de fallo por colapso plástico		1 día		sáb 08/06/24		sáb 08/06/24	
Análisis del modo de fallo por fatiga		2 días		dom 09/06/24		lun 10/06/24	



Nombre de tarea	▼	Duración	▼	Comienzo	▼	Fin	▼
▲ Optimización Estructural							
Optimización topológica del modelo 3D		30 días		jue 25/04/24		vie 24/05/24	
Optimización de forma del modelo 3D		8 días		jue 25/04/24		jue 02/05/24	
Optimización de forma del modelo 3D		6 días		vie 03/05/24		mié 08/05/24	
Optimización topológica del modelo de láminas		10 días		jue 09/05/24		sáb 18/05/24	
Optimización de forma del modelo de láminas		6 días		dom 19/05/24		vie 24/05/24	
▲ Diseño del Modelo Final Optimizado							
Diseño del modelo geométrico final		7 días		jue 30/05/24		lun 10/06/24	
Análisis del modelo de cálculo final		2 días		jue 06/06/24		vie 07/06/24	
Análisis del modo de fallo por colapso plástico		1 día		sáb 08/06/24		sáb 08/06/24	
Análisis del modo de fallo por fatiga		2 días		dom 09/06/24		lun 10/06/24	
▲ Elaboración del Informe							
1. Introducción		3 días		sáb 15/06/24		sáb 31/08/24	
2. Optimización estructural		15 días		mar 18/06/24		mar 02/07/24	
3. Objetivo		1 día		mié 03/07/24		mié 03/07/24	
4. Metodología		3 días		jue 04/07/24		sáb 06/07/24	
5. Normativa aplicable		5 días		dom 07/07/24		jue 11/07/24	
6. Modelo geométrico		7 días		vie 12/07/24		jue 18/07/24	
7. Modelos de cálculo		15 días		vie 19/07/24		vie 02/08/24	
8. Optimización topológica del cuadro		10 días		sáb 03/08/24		lun 12/08/24	
9. Diseño final		6 días		mar 13/08/24		dom 18/08/24	
10. Conclusiones		1 día		lun 19/08/24		lun 19/08/24	
11. Líneas de trabajo futura		1 día		mar 20/08/24		mar 20/08/24	
12. Planificación temporal y presupuesto		2 días		mié 21/08/24		jue 22/08/24	
13. Responsabilidad social y profesional		1 día		vie 23/08/24		vie 23/08/24	
Resumen		1 día		sáb 24/08/24		sáb 24/08/24	
Revisión y corrección		7 días		dom 25/08/24		sáb 31/08/24	



Nombre de tarea		Duración	Comienzo	Fin
▼				
▲ Optimización Estructural	30 días	jue 25/04/24	vie 24/05/24	
Optimización topológica del modelo 3D	8 días	jue 25/04/24	jue 02/05/24	
Optimización de forma del modelo 3D	6 días	vie 03/05/24	mié 08/05/24	
Optimización topológica del modelo de láminas	10 días	jue 09/05/24	sáb 18/05/24	
Optimización de forma del modelo de láminas	6 días	dom 19/05/24	vie 24/05/24	
▲ Diseño del Modelo Final Optimizado	12 días	jue 30/05/24	lun 10/06/24	
Diseño del modelo geométrico final	7 días	jue 30/05/24	mié 05/06/24	
Análisis del modelo de cálculo final	2 días	jue 06/06/24	vie 07/06/24	
Análisis del modo de fallo por colapso plástico	1 día	sáb 08/06/24	sáb 08/06/24	
Análisis del modo de fallo por fatiga	2 días	dom 09/06/24	lun 10/06/24	
▲ Elaboración del Informe	78 días	sáb 15/06/24	sáb 31/08/24	
1. Introducción	3 días	sáb 15/06/24	lun 17/06/24	
2. Optimización estructural	15 días	mar 18/06/24	mar 02/07/24	
3. Objetivo	1 día	mié 03/07/24	mié 03/07/24	
4. Metodología	3 días	jue 04/07/24	sáb 06/07/24	
5. Normativa aplicable	5 días	dom 07/07/24	jue 11/07/24	
6. Modelo geométrico	7 días	vie 12/07/24	jue 18/07/24	
7. Modelos de cálculo	15 días	vie 19/07/24	vie 02/08/24	
8. Optimización topológica del cuadro	10 días	sáb 03/08/24	lun 12/08/24	
9. Diseño final	6 días	mar 13/08/24	dom 18/08/24	
10. Conclusiones	1 día	lun 19/08/24	lun 19/08/24	
11. Líneas de trabajo futura	1 día	mar 20/08/24	mar 20/08/24	
12. Planificación temporal y presupuesto	2 días	mié 21/08/24	jue 22/08/24	
13. Responsabilidad social y profesional	1 día	vie 23/08/24	vie 23/08/24	
Resumen	1 día	sáb 24/08/24	sáb 24/08/24	
Revisión y corrección	7 días	dom 25/08/24	sáb 31/08/24	

Julio 2024

10121416182022242628300103050709111315171921232527293102

agosto 2024

Task	Start Date	End Date
Elaboración del Informe	2024-06-15	2024-08-31
1. Introducción	2024-06-15	2024-06-18
2. Optimización estructural	2024-06-18	2024-07-03
3. Objetivo	2024-07-03	2024-07-04
4. Metodología	2024-07-04	2024-07-07
5. Normativa aplicable	2024-07-07	2024-07-12
6. Modelo geométrico	2024-07-12	2024-07-19
7. Modelos de cálculo	2024-07-19	2024-08-03
8. Optimización topológica del cuadro	2024-08-03	2024-08-13
9. Diseño final	2024-08-13	2024-08-19
10. Conclusiones	2024-08-19	2024-08-19
11. Líneas de trabajo futura	2024-08-20	2024-08-20
12. Planificación temporal y presupuesto	2024-08-21	2024-08-22
13. Responsabilidad social y profesional	2024-08-23	2024-08-23
Resumen	2024-08-24	2024-08-24
Revisión y corrección	2024-08-25	2024-08-31

12.2. Estimación del presupuesto

Para realizar la estimación del presupuesto del trabajo, se van han tenido en cuenta tanto las horas invertidas por el estudiante como las invertidas por los tutores. Para ello, se le ha otorgado un coste por hora diferente a las horas de ambos. Se ha establecido un precio por hora de 12 €/h para el estudiante, y de 20 €/h para los tutores. Además, se ha asumido que cada día de trabajo contabilizado contiene 4 h de total dedicación al trabajo.

Teniendo en cuenta que el número de días empleados para la realización de este trabajo es de 198, y contando con los datos anteriores, se obtiene un coste de 9.504 €.

Por parte de los tutores, sumando tanto el tiempo empleado tanto para revisiones como para guía y asesoramiento del estudiante, se han supuesto 20 días de trabajo. De esta forma, se obtiene un coste de 1.600 € para los tutores.

Estos resultados se encuentran resumidos en la siguiente tabla:

Concepto	Duración (días)	Horas totales (h)	Coste/hora (€/h)	Coste total (€)
Trabajo del estudiante	198	792	12	9.504
Trabajo del tutor	20	80	20	1.600
Total	--	--	--	11.104

Tabla 17. Estimación del presupuesto

En conclusión, el presupuesto necesario para la realización de este trabajo es de 11.104 €. Cabe destacar que no se ha incluido en el presupuesto el coste asociado a la adquisición del software de *ANSYS* ni el ordenador empleado, ya que ambos han sido proporcionados por la universidad.

13. RESPONSABILIDAD SOCIAL Y PROFESIONAL

13.1. Impacto social y ambiental

a) Impacto social

La optimización del diseño del cuadro de bicicleta favorece la creación de bicicletas más eficientes y atractivas para los ciclistas. Esto puede significar un aumento en el número de usuarios que estarían dispuestos a usar la bicicleta como medio de transporte diario, promoviendo así un estilo de vida saludable y disminuyendo la dependencia de los vehículos con motor. Una bicicleta más ligera y adaptada a las exigencias del usuario facilita el acceso a este medio de transporte.

El constante estudio y desarrollo de la optimización topológica asociada al diseño de cuadros de bicicleta puede afectar positivamente en la industria ciclista, promoviendo la innovación y mejora constante del producto, haciendo así que aumente la competitividad en el mercado. Esto puede dar lugar a una mayor oferta de productos cuyo rendimiento ha sido optimizado y a precios más asequibles para los usuarios. Además, este sector de la investigación puede crear nuevos empleos especializados en técnicas avanzadas de ingeniería.

a) Impacto ambiental

En cuanto al impacto ambiental, la optimización topológica del cuadro de bicicleta permite crear estructuras que necesitan menos material sin comprometer las propiedades mecánicas. Al disminuir la cantidad de material en la fabricación del cuadro, se reduce también la cantidad de residuos generados, lo que implica un menor impacto negativo en el medioambiente.

Un aumento en el número de usuarios de bicicleta implica una disminución del uso de medios de transporte motorizados, contribuyendo así a una reducción de emisiones contaminantes por estos vehículos.

13.2. Contribución a los ODS y la Agenda 2030

La optimización topológica del cuadro de bicicleta también contribuye significativamente a varios Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS) de la Agenda 2030, iniciativa propuesta por la Organización de las Naciones Unidas (ONU).

A continuación, se describen estos objetivos globales y cómo este trabajo contribuye a su cumplimiento:

ODS 3: Salud y Bienestar

Una bicicleta optimizada y más ligera puede facilitar su uso en el día a día como medio de transporte, promoviendo así un estilo de vida saludable. Esto influye positivamente en la salud y bienestar general de los usuarios de bicicleta. Además, una bicicleta diseñada en función de las exigencias del usuario permite un diseño ergonómico, que implica menos problemas de salud asociados a la práctica de montar en bicicleta.



Figura 84. ODS 3: Salud y Bienestar

ODS 7: Energía Asequible y No Contaminante

La optimización de las bicicletas promueve su uso como una alternativa eficiente y sostenible al transporte motorizado. Al facilitar el uso de las bicicletas, se reduce la dependencia de vehículos con motor, reduciendo así las emisiones de gases contaminantes a la atmósfera.



Figura 85. ODS 7: Energía Asequible y No Contaminante

ODS 9: Industria, Innovación e Infraestructura

La aplicación de técnicas modernas, como la optimización topológica, en el diseño de cuadros de bicicleta fomenta la innovación en el sector de la ingeniería. Esta perspectiva innovadora puede servir como base para otras áreas, promoviendo el uso de tecnologías más eficientes y sostenibles.



Figura 86. ODS 9: Industria, Innovación e Infraestructura

ODS 11: Ciudades y Comunidades Sostenibles

El uso de bicicletas más eficientes puede apoyar el desarrollo de infraestructuras urbanas más sostenibles, como carriles para bicicletas. Esto contribuye a la creación de ciudades más

sostenibles. Además, al reducir el uso de los vehículos motorizados, disminuye el tráfico urbano y, por ello, la contaminación acústica.



Figura 87. ODS 11: Ciudades y Comunidades Sostenibles

ODS 12: Producción y Consumo Responsables:

Un uso eficiente de los recursos y una alta durabilidad de las bicicletas optimizadas contribuyen a un consumo más responsable y sostenible. Al incorporar materiales reutilizables en las bicicletas, se fomenta la economía circular, ya que la reparación de las bicicletas en lugar de su reemplazo minimiza el impacto ambiental.



Figura 88. ODS 12: Producción y Consumo Responsables

ODS 13: Acción por el Clima: El uso de bicicletas como medio de transporte, en vez de vehículos motorizados, reduce las emisiones de CO₂ y mejora la calidad del aire. El desarrollo de la optimización estructural fomenta la implementación de tecnologías más sostenibles y eficientes.



Figura 89. ODS 13: Acción por el Clima

ANEXO I. VERIFICACIÓN

Análisis FEM-Estructural (modelo lámina)

MODELO CAD/CAE	SI	NO	N/A
Las dimensiones del modelo se ajustan a la documentación de referencia	X		
Las unidades son consistentes (longitud, masa, fuerza, etc)	X		
Las constantes son correctas (gravedad, densidad, etc)	X		
La caracterización de material es correcta (Young, densidad, etc)	X		
El modelo tiene el suficiente nivel de detalle	X		
El centro de gravedad y pesos son correctos	X		
El ploteo de malla muestra espesores correctos	X		
El tipo de elemento (beam, shell, solid, etc) es adecuado para el modelo realizado	X		
El tamaño de malla es correcto, comprobado mediante análisis de sensibilidad	X		
CARGAS Y CONDICIONES DE CONTORNO			
Las condiciones de contorno son adecuadas	X		
La dirección de cargas es correcta	X		
La suma de cargas es correcta	X		
La comprobación acción-reacción es correcta	X		
ANÁLISIS			
El tipo de análisis es correcto (estático, lineal, estacionario, transitorio, etc)	X		
Se han hecho análisis para todos los modos de fallo posibles para los casos más desfavorables (tensiones, deformaciones, fatiga, etc)	X		
RESULTADOS			
Los resultados (tensiones, deformaciones, etc.) están dentro de los límites establecidos en la norma	X		
La determinación de los límites de tensión admisibles se ha realizado en base a las especificaciones de la norma correspondiente	X		
La metodología de comprobación de resultados se ajusta a la normativa aplicable	X		
Se han mostrado imágenes del modelo deformado con una escala adecuada	X		
Se han identificado zonas de concentración de tensiones, singularidades geométricas, etc. y se han extraído imágenes de detalle de dichas áreas	X		

Referencias

- [1] Bizkaia diputacion foral, "Principales ventajas y obstáculos de la bicicleta como medio de transporte," 2016
- [2] WeRbikes, "Partes de una bicicleta," May 08, 2019
- [3] WeRbikes, "La Historia de la Bicicleta," Oct 03, 2019
- [4] Hugo. (Feb 15,). *Cómo evolucionaron las formas y los cuadros de las bicicletas: desde los diseños de género a la geometría adecuada*. Available: <https://www.cityflow.app/content/las-formas-y-los-cuadros-de-las-bicicletas>
- [5] Jeferson Wladimir Catucuago Cuzco, William Marcelo Túquerres Tabango, "04 Maut 157 Trabajo Grado," Nov, 2021
- [6] J. Gil Peláez and A. Felipe Paz Possü, "State_of_the_Art_on_Structural_Optimization," 2018
- [7] Anonymous "Airbus APWorks Launches the 'Light Rider': The World's First 3D-Printed Motorcycle," *Targeted News Service*, 2016. Available: <https://search.proquest.com/docview/1790138483>
- [8] E. Frías Valero, "El Método de los Elementos Finitos (MEF ó FEM)," 2004.
- [9] X. Chen and Y. Liu, *Finite Element Modeling and Simulation with ANSYS Workbench*. Boca Raton: CRC Press, Taylor & Franics Group, 2015
- [10] O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor and J. Z. Zhu, *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. (6th ed ed.) Elsevier Butterworth-Heinemann, 2005
- [11] Pedro Jesús Martínez Castejón, "Diseño Óptimo Simultáneo de Topología y Geometría de Estructuras Articuladas mediante Técnicas de Crecimiento," 2003
- [12] M. Hemmerling and U. Nether, "Generico: A case study on performance-based design," *Proceedings of the XVIII Conference of the Iberoamerican Society of Digital Graphics - SIGraDi: Design in Freedom*, 2018. . DOI: 10.5151/despro-sigradi2014-0021
- [13] Z. Li, H. Xu and S. Zhang, "Moving morphable component (MMC) topology optimization with different void structure scaling factors," *Plos One*, vol. 19, (1), pp. e0296337, 2024. Available: <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0296337>
- [14] M. Cavazzuti *et al*, " Structural Optimization of Automotive Chassis: Theory, Set Up, Design," 2014
- [15] P. Upare, A. Kalatkar and R. Shelke, "Review on study of design optimization for additive manufacturing of various mechanical/machine components," *IOP Conf. Ser: Mater. Sci. Eng.*, vol. 1259, (1), 2022. DOI: 10.1088/1757-899x/1259/1/012039

- [16] Y. Hsu, M. Hsu and C. Chen, "Interpreting results from topology optimization using density contours,"
- [17] O. Sigmund and J. Petersson, "Numerical instabilities in topology optimization: A survey on procedures dealing with checkerboards, mesh-dependencies and local minima," *Structural Optimization*, vol. 16, (1), pp. 68, 1998. DOI: 10.1007/bf01214002
- [18] O. Sigmund, "A 99-line topology optimization code written in Matlab," *Struct Multidisc Optim*, vol. 21, (2), 2001. DOI: 10.1007/s001580050176
- [19] J. Elvira Hernández, "Estudio Y Desarrollo De Herramientas De Optimización Topológica Para El Diseño De Mediasuelas De Zapatillas.", UPM, 2021
- [20] Ghabraie, "Exploring Topology and Shape Optimisation Techniques in Underground Excavations.", 2009
- [21] M.P.Bensoe "Bensoe_Topology_Optimization__Theory__Methods_and_Applications,"
- [22] *Método SIMP para optimización de topología*. Available: https://help.solidworks.com/2019/spanish/SolidWorks/cworks/c_simp_method_topology.htm?verRedirect=1
- [23] S. Timoshenko and S. Woinowsky-Krieger, *Theory of Plates and Shells*. 1989
- [24] (). *Optimization Analysis Workflow 2.3. "Specify Analysis Settings"*. Available: https://ansyshelp.ansys.com/public/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v242/en/mech_struct_opt/ds_topo_est_analysis_settings.html
- [25] ICAN, "¿Cuánto dura la vida útil del cuadro de una bicicleta de carretera?" Feb 2024
- [26] EN ISO 4210-2:2015. "Cycles. Safety requirements for bicycles" 2015
- [27] EN 1999-1-3:2023. "Eurocode 9. Design of aluminium structures" Sep 5, 2023
- [28] EN 485-2:2017. "Aluminio y aleaciones de aluminio Chapas, bandas y planchas. Parte 2: Características mecánicas", Ene 2017
- [29] Santafixie, "Cómo calcular la talla ideal de tu bicicleta urbana," May 1, 2023
- [30] Chalco, "10 diferencias entre la aleación de aluminio 6061 y 7075," Sep 23, 2023
- [31] *CONTACTS SETTING: Definition Settings*. Available: https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v232/en/wb_sim/ds_Contact_Definition.html%23ds_Contact_Types



POLITÉCNICA

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS INDUSTRIALES
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

José Gutiérrez Abascal, 2. 28006 Madrid
Tel.: 91 336 3060

infoindustriales@upm.es

www.industriales.upm.es